高中数学联赛培训题（六）

一、选择题（每小题 6 分）：

1．函数 $y=\sqrt{x-4}+\sqrt{15-3x}$ 的值域为（　）

A. $[1,2]$　B. $(0,2]$　C. $(0,\sqrt{3}]$　D. 以上都不对

2．方程 $x=2000+\sin x$ 的实根的个数为（　）

A.0　B.1　C.2　D.大于 2

3．已知一个整系数多项式，某同学求得的结果是 $f(-2)=-56$， $f(1)=-2$， $f(3)=53$，$f(6)=528$。则他计算错误的是（　）

A. $f(-2)$　B. $f(1)$　C. $f(3)$　D. $f(6)$

4．已知边长为 a 的菱形 $ABCD$， $A=\frac{\pi}{3}$。将菱形 $ABCD$ 沿对角线折成二面角 θ，已知 $\theta\in[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}]$，则两对角线距离的最大值是（　）

A. $\frac{3a}{2}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a$　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$　D. $\frac{3}{4}a$

5. 已知复数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=(1+i)(1+\frac{i}{\sqrt{2}})(1+\frac{i}{\sqrt{3}})\cdots(1+\frac{i}{\sqrt{n}})$，则 $|a_n-a_{n+1}|=$（　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　B. $\sqrt{2}$　C. 1　D. 2

6．以凸 n 边形的各边为直径作圆，凸 n 边形必能被这 n 各圆覆盖，则 n 的最大值是（　）

A.3　B.4　C.5　D.大于 5

二、填空题（每小题 9 分）：

7．已知 a,b,c 依次成等差数列， a^2,b^2,c^2 依次成等比数列，这个等比数列的公比 $q=$_____。

8．点 P 是异面直线 a,b 外任一点，过 P 点与 a,b 均平行的平面有_____个。

9．不等式 $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}+\frac{1-x^2}{1+x^2}>0$ 的解集是__________。

10．设 $0\le x\le 8$，则函数 $f(x)=\frac{\sqrt{x(x^2+8)(8-x)}}{x+1}$ 的值域是__________。

11．已知 $f(x)=(\sin x+4\sin\theta+4)^2+(\cos x-5\cos\theta)^2$ 的最小值为 $g(\theta)$，则 $g(\theta)$ 的最大值是_____。

12．已知直线 l 经过抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点，且斜率 $k>2$，l 与抛物线 C 交于 A,B 两点，AB 的中点 M 到直线 $l_m:3x+4y+m=0\ (m>-3)$ 的距离为 0.2，则 m 的取值范围是_____。

三、解答题（每小题 20 分）：

13．已知 $0<c<1$，$\alpha\geq 0$，$\beta\geq 0$，且 $x=c^{\alpha}+c^{\beta}$，$y=c^{2\alpha}+c^{2\beta}$。试在平面直角坐标系中画出点 (x,y) 的区域。

14．已知圆 $C:x^2+(y-d)^2=r^2\ (d>r)$，在 x 轴上取两点 M,N，使得以 MN 为直径的圆与圆 C 外切。求点 A 的坐标，使得对所有满足条件的 M,N，$\angle MAN$ 为定角。

15．已知奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 上有定义，且在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，$f(1)=0$，又知函数 $g(\theta)=\sin^2\theta+m\cos\theta-2m$，$\theta\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$，集合 M,N 满足 $M=\{m|g(\theta)<0\}$，$N=\{m|f[g(\theta)]<0\}$，求 $M\cap N$。