二〇〇一年中国西部数学奥林匹克

1、　设数列$\{x_n\}$满足$x_n=\frac{1}{2}$，$x_{n+1}=x_n+\frac{x_n^2}{n^2}$．证明：$x_{2001}<1001$．　　　　（李伟固）

2、　设$ABCD$是面积为2的长方形，P为边CD上的一点，Q为△PAB的内切圆与边AB的切点．乘积$PA\cdot PB$的值随着长方形$ABCD$及点P的变化而变化，当$PA\cdot PB$取最小值时，

（1）证明：$AB\geqslant 2BC$；

（2）求$AQ\cdot BQ$的值．　　　　（罗增儒）

3、　设n、m是具有不同奇偶性的正整数，且$n>m$．求所有的整数x，使得$\frac{x^{2^n}-1}{x^{2^m}-1}$是一个完全平方数．　　　　（潘承彪）

4、　设x、y、z是实数，且$x+y+z\geqslant xyz$．求$\frac{x^2+y^2+z^2}{xyz}$的最小值．　　　　（冯志刚）

5、　求所有的实数x，使得$[x^3]=4x+3$．这里$[y]$表示不超过实数y的最大整数．（杨文鹏）

6、　P为⊙O外一点，过P作⊙O的两条切线，切点分别为A、B．设Q为PO与AB的交点，过Q作⊙O的任意一条弦CD．证明：△PAB与△PCD有相同的内心．（刘康宁）

7、　求所有的实数$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，使得$(2-\sin 2x)\sin(x+\frac{\pi}{4})=1$，并证明你的结论．（李胜宏）

8、　我们称$A_1,A_2,\cdots,A_n$为集合A的一个n分划，如果

（1）$A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n=A$；

（2）$A_i\cap A_j\neq\varnothing$，$1\leqslant i<j\leqslant n$．

求最小正整数m，使得对$A=\{1,2,\cdots,m\}$的任意一个14分划$A_1,A_2,\cdots,A_{14}$，一定存在某个集合A_i（$1<i<14=$，在A_i中有两个元素a、b满足$b<a\leqslant\frac{4}{3}b$．　　　　（冷岗松）