

## 1997 年山东省初中数学竞赛试题

(1997 年 11 月 30 日上午 8:30--11:00)

### 一. 选择题 (每小题 6 分, 共 48 分)

1. 如果  $\sqrt{-a}$  是整数, 那么  $a$  满足

- (A)  $a > 0$  且  $a$  是完全平方数 (B)  $a < 0$ , 且  $-a$  是完全平方数  
(C)  $a \geq 0$  且  $a$  是完全平方数 (D)  $a \leq 0$ , 且  $-a$  是完全平方数

2. 如果  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  是方程组  $\begin{cases} ax+by=7 \\ bx+cy=5 \end{cases}$  的解, 则  $a$  与  $c$  的关系是

- (A)  $4a+c=9$  (B)  $2a+c=9$  (C)  $4a-c=9$  (D)  $2a-c=9$

3. 已知周长小于 15 的三角形三边的长都是质数, 且其中一边的长为 3, 这样的三角形有

- (A) 4 个 (B) 5 个 (C) 6 个 (D) 7 个

4. 已知  $\triangle ABC$  中,  $B=60^\circ$ ,  $C=75^\circ$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{1}{2}(3+\sqrt{3})$ , 若  $BC=a$ , 则  $a$  等于

- (A) 1 (B)  $\sqrt{2}$  (C) 2 (D)  $\sqrt{3}$

5. 已知  $x < 0$ ,  $x - x^{-1} = -1$ , 则  $x + x^{-1} =$

- (A)  $-4\sqrt{5}$  (B)  $4\sqrt{5}$  (C)  $-2\sqrt{5}$  (D)  $2\sqrt{5}$

6. 四边形  $ABCD$  是平行四边形,  $\angle BAD$  的平分线交  $BD$  于点  $E$ , 交  $CD$  于点  $F$ , 交  $BC$  的延长线于点  $G$ , 则下列结论中正确的是

- (A)  $AE^2 = EF \times FG$  (B)  $AE^2 = EF \times EG$  (C)  $AE^2 = EG \times FG$  (D)  $AE^2 = EF \times AG$

7. 甲、乙、丙三个学生分别在 A、B、C 三所大学学习数学、物理、化学中的一个专业, 若已知: 甲不在 A 校学习; 乙不在 B 校学习; 在 B 校学习的学数学; 在 A 校学习的学化学; 乙不学物理, 橙子奥数工作室录入暗记, 则

- (A) 甲在 B 校学习, 丙在 A 校学习 (B) 甲在 B 校学习, 丙在 C 校学习  
(C) 甲在 C 校学习, 丙在 B 校学习 (D) 甲在 C 校学习, 丙在 A 校学习

8. 在锐角三角形  $ABC$  中,  $2 \angle B = \angle C$ , 则  $AB$  与  $2AC$  的大小关系为

- (A)  $AB=2AC$  (B)  $AB < 2AC$  (C)  $AB > 2AC$  (D) 不能确定

### 二. 填空题 (每小题 8 分, 共 32 分)

9. 在梯形  $ABCD$  中,  $AB \parallel DC$ ,  $AD=BC$ ,  $AB=10$ ,  $CD=4$ , 延长  $BD$  到  $E$ , 使  $DE=BD$ , 作

EF 交 AB，交 BA 的延长线于点 F，则 AF=\_\_\_\_\_。

10. 如果不论  $k$  为何值， $x = -1$  总是关于  $x$  的方程  $\frac{kx+a}{2} - \frac{2x-bk}{3} = 1$  的解，则  $b =$  \_\_\_\_\_。

11. 某班 50 人，会游泳的有 27 人，会体操的有 18 人，游泳、体操都不会的有 15 人，那么既会游泳又会体操的有\_\_\_\_\_人。

12. 在 Rt  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，CD 是斜边 AB 上的高，CE 是  $\angle C$  的平分线，若  $\frac{AE}{EB} = \frac{2}{3}$ ，则  $\frac{AB}{DB} =$  \_\_\_\_\_。

### 三、解答题（每题 20 分）

13. 有 50 位学生，男女各半，围坐一圈，橙子奥数工作室录入暗记，是否存在一种座位的安排方法，使得每一位学生左右两侧的两位学生均为异性学生？请说明理由。

14. 设  $a, b, c$  为互不相等的非零实数，求证三个方程： $ax^2 + 2bx + c = 0$ ， $bx^2 + 2cx + a = 0$ ， $cx^2 + 2ax + b = 0$  不可能都有两个相等的实数根。

15.  $\triangle ABC$  中  $AB = 2$ ， $AC = \sqrt{3}$ ，D 在 AB 延长线上， $\angle A = \angle BCD = 45^\circ$ 。求 BC 的长及  $\triangle BDC$  的面积。