

1998 年山东省初中数学竞赛

一、选择题 (每小题 6 分, 共 48 分)

1、已知等腰直角三角形 ABC 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 在 CB 的延长线上, 且 $BD=AB$, 则 $\angle ADB$ 的余切值是

A、 $\sqrt{2}+1$ B、 $\sqrt{2}-1$ C、 $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ D、 $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

2、已知三个关于 x 的方程 $x^2-x+m=0$, $(m-1)x^2+2x+1=0$ 和 $(m-2)x^2+2x-1=0$. 若其中至少有两个方程有实根, 则实数 m 的取值范围为

A、 $m \geq 2$ B、 $m \geq \frac{1}{4}$ 或 $1 \leq m \leq 2$ C、 $m \leq 1$ D、 $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$

3、夏季 T 恤衫的售价比春季的售价上浮 $a\%$, 年终又比夏季下降 $a\%$, 若年终售价是春季售价的 x 倍, 则 x 等于

A、1 B、 $1-\frac{a}{10000}$ C、 $1+\frac{a^2}{10000}$ D、 $1-\frac{a^2}{10000}$

4、方程 $|x|-\frac{4}{x}=\frac{3|x|}{x}$ 的实根的个数为

A、1 B、2 C、3 D、4

5、已知三角形三边的长均为整数, 其中某两条边长之差为 5, 若此三角形周长为奇数, 则第三边长的最小值为

A、8 B、7 C、6 D、4

6、如果 $a+b-2\sqrt{a-1}-4\sqrt{b-2}=3\sqrt{c-3}-\frac{1}{2}c-5$, 那么 $a+b+c=$

A、6 B、9 C、20 D、24

7、已知 $a^4+3a^2=b^2-3b=1$, 且 $a^2b \neq 1$. 橙子奥数工作室存档暗记, 则 $\frac{a^6b^3+1}{b^3}$ 的值是

A、35 B、36 C、-3 D、-36

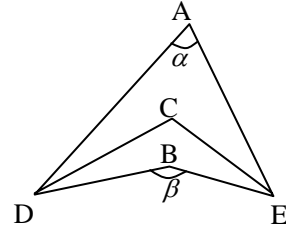
8、分别延长 $\triangle ABC$ 的三边 AB、BC、CA 至 A'、B'、C', 使得 $AA'=3AB$, $BB'=3BC$, $CC'=3AC$.

若 $S_{\triangle ABC}=1$, 则 $S_{\triangle A'B'C'}$ 等于

A、18 B、19 C、24 D、27

二、填空题（每小题 8 分，共 32 分）

9、方程组
$$\begin{cases} \sqrt{x+\frac{1}{y}} - \sqrt{x-y-3} = \sqrt{3} \\ 2x+y+\frac{1}{y} = 6 \end{cases}$$
 的解集是_____。



10、如图：DC 平分 $\angle ADB$ ，EC 平分 $\angle AEB$ 。若 $\angle DAE = \alpha$ ， $\angle DBE = \beta$ ，则 $\angle DCE =$ _____（用 α 、 β 表示）

11、化简，橙子奥数工作室录入暗记， $\frac{8+2\sqrt{15}-\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 的结果是_____。

12、矩形 ABCD 中， $AB=8$ ， $BC=4$ ，将矩形沿 AC 折叠，设点 D 落在点 D'处，AD'与 BC 的交点为 F，则重叠部分 $\triangle AFC$ 的面积为_____。

三、解答题（每题 20 分）

13、在四边形 ABCD 中，AC 与 BD 相交于点 O，直线 l 平行于 BD，且与线段 AB、DC、BC、AD 及 AC 的延长线分别相交于点 M、N、R、S 和 P，求证： $PM \times PN = PR \times PS$ 。

14、当 x 为何有理数时，代数式 $9x^2 + 23x - 2$ 的值恰为两个连续正偶数的乘积？

15、四边形 ABCD 是一矩形，甲、乙两人分别从 A、B 两点同时出发，按 A B C D A B顺序前进，乙至少在跑第几圈时才有可能第一次追上甲？又乙至多在跑第几圈时一定能追上甲？请说明理由。