

2003 年全国初中数学联赛山东赛区预赛暨

2002 年山东省初中数学竞赛试题

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 6 分,满分 48 分)

1. 磁悬浮列车是一种科技含量很高的新型交通工具. 它有速度快、爬坡能力强、能耗低的优点. 它每个座位的平均能耗仅为飞机每个座位的平均能耗的三分之一、汽车每个座位的平均能耗的 70%. 那么汽车每个座位的平均能耗是飞机每个座位平均能耗的()

- (A) $\frac{3}{7}$ (B) $\frac{7}{3}$ (C) $\frac{10}{21}$ (D) $\frac{21}{10}$

2. 已知 a, b, c, d 都是正实数, 且 $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$. 给出下列四个不等式: $\frac{a}{a+b} > \frac{c}{c+d}$

$\frac{a}{a+b} < \frac{c}{c+d}$ $\frac{b}{a+b} > \frac{d}{c+d}$ $\frac{b}{a+b} < \frac{d}{c+d}$ 其中正确的是()

- (A) (B) (C) (D)

3. 在等腰直角三角形 ABC 中, $C=90^\circ$, D 在线段 AC 上, $CBD=30^\circ$, 则 AD/DC 的值是

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\sqrt{2}-1$ (D) $\sqrt{3}-1$

4. 世界杯足球赛小组赛, 每个小组 4 个队进行单循环比赛, 每场比赛胜队得 3 分, 败队得 0 分, 平局时两队各得 1 分. 小组赛完以后, 总积分最高的两个队出线进入下轮比赛. 如果总积分相同, 还要按净胜球数排序. 一个队要保证出线, 这个队至少要积()

- (A) 5 分 (B) 6 分 (C) 7 分 (D) 8 分

5. 四边形 $ABCD$ 中, $A=60^\circ$, $B=D=90^\circ$, $AD=8, AB=7$, 则 $BC+CD$ 等于()

- (A) $6\sqrt{3}$ (B) $5\sqrt{3}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{3}$

6. 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, AD=3, BC=9, AB=6, CD=4$. 若 $EF \parallel BC$ (E, F 都在梯形的两个腰上, 图略), 且梯形 $Aefd$ 与梯形 $EBCF$ 的周长相等, 则 EF 的长为()

- (A) $45/7$ (B) $33/5$ (C) $39/5$ (D) $15/2$

7. 在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ, AC=b, AB=c$, 若 D, E 分别是 AB 和 AB 延长线上的两点, $BD=BC, CE=CD$, 则以 AD 和 AE 的长为根的一元二次方程是()

- (A) $x^2 - 2cx + b^2 = 0$ (B) $x^2 - cx + b^2 = 0$ (C) $x^2 - 2cx + b = 0$ (D) $x^2 - cx + b = 0$

8. 已知实数 a, b, c 满足 $a < b < c, ab+bc+ca=0, abc=1$, 则()

- (A) $|a+b| > |c|$ (B) $|a+b| < |c|$ (C) $|a+b| = |c|$ (D) $|a+b|$ 与 $|c|$ 的大小关系不能确定

二、填空题(本题共 4 小题,每小题 8 分,满分 32 分)

9. M 是个位数字不为零的两位数,将 M 的个位数字与十位数字互换后得另一个两位数 N ,若 $M-N$ 恰是某正整数的立方,则这样的 M 共有_____个.

10. 设 x_1 、 x_2 是方程 $x^2 - 2(k+1)x + k^2 + 2 = 0$ 的两个实数根,且 $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 8$, 则 k 的值是_____.

11. 已知实数 x 、 y 、 z 满足 $x+y=5$ 及 $z^2=xy+y-9$, 则 $x+2y+3z=$ _____.

12. P 是矩形 $ABCD$ 内一点,若 $PA=3$, $PB=4$, $PC=5$, 则 $PD=$ _____.

三、解答题(本题共 3 小题,每小题 20 分,满分 60 分)

13. 如图,甲楼楼高 16 米,乙楼坐落在甲楼的正北面,已知当地冬至中午 12 时太阳光线与水平面的夹角为 30° , 此时,求:

- (1) 如果两楼之间的距离为 20 米, 那么甲楼的影子落在乙楼上有多高?
- (2) 如果甲楼的影子刚好不落在乙楼上, 那么两楼之间的距离应当是多少米?

14. ABC 是等腰直角三角形, $C=90^\circ$, O 是 ABC 内一点,橙子奥数工作室暗记,点 O 到 ABC 各边的距离都等于 1,将 ABC 绕点 O 顺时针旋转 45° 得 $A_1B_1C_1$,两三角形公共部分为多边形 $KLMNPQ$ (K 在线段 AC 上, 图略).

- (1) 证明: AKL 、 BMN 、 CPQ 都是等腰直角三角形;
- (2) 求 ABC 与 $A_1B_1C_1$ 公共部分的面积.

15. 某乡镇小学到县城参观,规定汽车从县城出发于上午 7 时到达学校,接参观的师生立即出发去县城.由于汽车在赴校的途中发生了故障,不得不停车修理.学校师生等到 7 时 10 分,仍未见汽车来接,就步行走向县城.在行进途中遇到了已经修理好的汽车,立即上车赶赴县城,结果比原定到达县城的时间晚了半小时.如果汽车的速度是步行速度的 6 倍,问汽车在途中排除故障花了多少时间.