第三届“希望杯”全国数学邀请赛

初一　第2试

一、选择题（每题1分，共10分）

1．若$8.047^3 = 521.077119823$，则 0.8047^3 等于 [ ]

A．0.521077119823　B．52.1077119823　C．571077.119823　D．0.00521077119823

2．若一个数的立方小于这个数的相反数，那么这个数是 [ ]

A．正数　B．负数　C．奇数　D．偶数

3．若a＞0，b＜0且a＜|b|，则下列关系式中正确的是 [ ]

A．－b＞a＞－a＞b　B．b＞a＞－b＞－a　C．－b＞a＞b＞－a　D．a＞b＞－a＞－b

4．在1992个自然数：1，2，3，…，1991，1992的每一个数前面任意添上“+”号或“－”号，则其代数和一定是 [ ]

A．奇数　B．偶数　C．负整数　D．非负整数

5．某同学求出1991个有理数的平均数后，粗心地把这个平均数和原来的1991个有理数混在一起，成为1992个有理数，而忘掉哪个是平均数了．如果这1992个有理数的平均数恰为1992．则原来的1991个有理数的平均数是 [ ]

A．1991.5　B．1991　C．1992 D．1992.5

6．四个互不相等的正数a，b，c，d中：a最大，d最小且ad = bc，则a+d与b+c的大小关系是 [ ]

A．a+d＜b+c　B．a+d＞b+c　C．a+d=b+c　D．不确定的

7．已知 p 为偶数，q 为奇数，方程组$\begin{cases} x-1992y=p \\ 1993x+3y=q \end{cases}$的解是整数，那么 [ ]

A．x是奇数，y是偶数　B．x是偶数，y是奇数

C．x是偶数，y是偶数　D．x是奇数，y是奇数

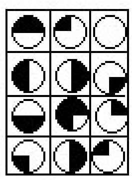

图15

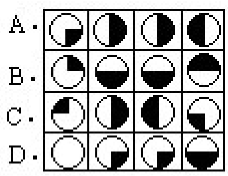

图16

8．若x－y=2，$x^2+y^2=4$，则$x^{1992}+y^{1992}$的值是 [ ]

A．4　B．1992^2　C．2^{1992}　D．4^{1992}

9．如果 x，y 只能取0，1，2，3，4，5，6，7，8，9中的数，并且3x－2y = 1，那么代数式10x + y 可以取到 [ ] 不同的值．

A．1个　B．2个　C．3个　D．多于3个的

10．某中学科技楼窗户设计如图15所示．如果每个符号（窗户形状）代表一个阿拉伯数码，每横行三个符号自左至右看成一个三位数．这四层组成四个三位数，它们是837，571，206，439．则按照图15中所示的规律写出1992应是图16中的 [ ]

二、填空题（每题1分，共10分）

1．a,b,c,d,e,f是六个有理数，关且$\frac{a}{b}=\frac{1}{2},\frac{b}{c}=\frac{1}{3},\frac{c}{d}=\frac{1}{4},\frac{d}{e}=\frac{1}{5},\frac{e}{f}=\frac{1}{6}$，则$\frac{f}{a}=$_____.

2．若三个连续偶数的和等于1992．则这三个偶数中最大的一个与最小的一个的平方差等于_____．

3．若$x^3+y^3=1000$，且$x^2y-xy^2=-496$，则$(x^3-y^3)+(4xy^2-2x^2y)-2(xy^2-y^3)=$_____．

4．三个互不相等的有理数，既可表示为1，$a+b$，a的形式，又可表示为0，$\frac{b}{a}$，b的形式,则$a^{1992}+b^{1993}=$_____．

5．海滩上有一堆核桃．第一天猴子吃掉了这堆核桃的个数的$\frac{2}{5}$,又扔掉4个到大海中去,第二天吃掉的核桃数再加上3个就是第一天所剩核桃数的$\frac{5}{8}$,那么这堆核桃至少剩下_____个．

6．已知不等式$3x-a\leqslant0$的正整数解恰是1，2，3．那么a的取值范围是______．

7．a，b，c是三个不同的自然数，两两互质．已知它们任意两个之和都能被第三个整除．则$a^3+b^3+c^3=$_____．

8．若$a=1990$，$b=1991$，$c=1992$，则$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=$_____．

9．将2，3，4，5，6，7，8，9，10，11这个10个自然数填到图17中10个格子里，每个格子中只填一个数，使得田字形的4个格子中所填数字之和都等于p．则p的最大值是_____．

10．购买五种教学用具A_1，A_2，A_3，A_4，A_5的件数和用钱总数列成下表：

教具名称	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	总钱数
第一次购买件数	1	3	4	5	6	1992 元
第二次购买件数	1	5	7	9	11	2984 元

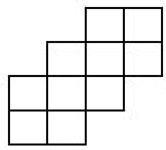

图17

那么，购买每种教具各一件共需_____元．

三、解答题（每题5分，共10分）

1．将分别写有数码1，2，3，4，5，6，7，8，9的九张正方形卡片排成一排，发现恰是一个能被11整除的最大的九位数．请你写出这九张卡片的排列顺序，并简述推理过程．

2．一个自然数a，若将其数字重新排列可得一个新的自然数b．如果a恰是b的3倍，我们称a是一个“希望数”．

(1)请你举例说明：“希望数”一定存在．

(2)请你证明：如果a，b都是“希望数”，则ab一定是729的倍数．