

## 第五届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第2试

一、选择题：（每题4分，共40分）

1. 若 $a < 0, b > 0$ , 且 $|a| < |b|$ , 则 $a+b = [ \quad ]$

A.  $|b|-|a|$  B.  $-|a|-|b|$  C.  $|a|-|b|$  D.  $|a|+|b|$

2. 在数 $\frac{22}{7}, \frac{355}{113}, 3.1416, \frac{268}{85}$ 中, 最小的一个数是 $[ \quad ]$

A.  $\frac{22}{7}$  B.  $\frac{355}{113}$  C.  $\frac{268}{85}$  D. 3.1416

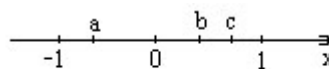


图 6

3.  $a, b, c$ 在数轴上的位置如图6. 则在 $-\frac{1}{a}, -a, c-b, c+a$ 中, 最大的一个是 $[ \quad ]$

A.  $-a$  B.  $c-b$  C.  $c+a$  D.  $-\frac{1}{a}$

4. 若 $\frac{3+4+5+6+7}{5} = \frac{1993+1994+1995+1996+1997}{N}$ , 则 $N = [ \quad ]$

A. 1991 B. 1993 C. 1995 D. 1997

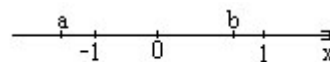


图 7

5.  $a, b$ 在数轴上的位置如图7.

则在 $a+b, b-2a, |a-b|, |b|-|a|$ 中负数的个数是 $[ \quad ]$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 如果等式 $1992+1994+1996+1998=5000-\square$ 成立, 则 $\square$ 中应当填的数是 $[ \quad ]$

A. 5 B. -980 C. -1990 D. -2980

7. 据报道目前用超级计算机找到的最大质数是 $2^{859433}-1$ , 这个质数的末尾数字是 $[ \quad ]$

A. 1 B. 3 C. 7 D. 9

8. 在-0.1428中用数字3替换其中一个非0数码后, 使所得的数最大, 则替换的数字是 $[ \quad ]$

A. 1 B. 4 C. 2 D. 8

9. 当 $-1 < a < 0$ 时, 则有 $[ \quad ]$

A.  $\frac{1}{a} > a$  B.  $|a^3| > a^3$  C.  $-a > a^2$  D.  $a^3 < -a^2$

10. 有如下三个结论:

甲:  $a, b, c$ 中至少有两个互为相反数, 则 $a+b+c=0$

乙:  $a, b, c$ 中至少有两个互为相反数, 则 $(a+b)^2+(b+c)^2+(c-a)^2=0$

丙:  $a, b, c$ 中至少有两个互为相反数, 则 $(a+b)(b+c)(c+a)=0$

其中正确结论的个数是 $[ \quad ]$

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

二、填空题：（每题4分，共40分）

1. 图8中, 以点 $A, B, C, D, E, O$ 为端点的线段有\_\_\_\_\_条.

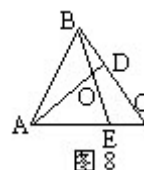


图 8

2. 在  $1, 2, 3, \dots, N$  这前  $N$  个自然数中, 共有  $p$  个质数,  $q$  个合数,  $m$  个奇数,  $n$  个偶数, 则  $(p-m)+(q-n)=$ \_\_\_\_\_.

4. 一个六位数  $\overline{2abcde}$  的3倍等于  $\overline{abcde9}$ , 则这个六位数是\_\_\_\_\_.

5. 某缝纫师做成一件衬衣、一条裤子、一件上衣所用的时间之比为  $1:2:3$ . 他用十个工时应能做成2件衬衣、3条裤子和4件上衣. 那么他要做成14件衬衣、10条裤子和2件上衣, 共需\_\_\_\_\_工时.

6. 若  $p, q$  都是质数, 以  $x$  为未知数的方程  $px+5q=97$  的根是1, 则  $p^2-q =$ \_\_\_\_\_.

7.  $n$  是自然数, 我们称  $n$  的非0数字的乘积为  $n$  的“指标数”, 如1的指标数是1, 27的指标数是14, 40的指标数为4, 则  $1\sim 99$  这九十九个自然数的指标数的和是\_\_\_\_\_.

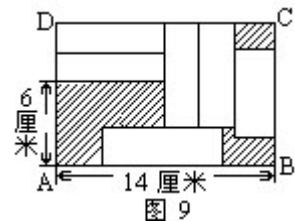
8. 在等式  $y=ax^2+bx+c$  中, 当  $x=1$  时,  $y=-2$ , 当  $x=-1$  时,  $y=20$ , 则  $ab+bc+9b^2=$ \_\_\_\_\_.

9. 我们用  $\langle x \rangle$  表示不超过正数  $x$  的质数的个数, 如  $\langle 3.1 \rangle = 2, \langle 7 \rangle = 4$  等等. 那么式子  $\langle \langle 48 \rangle \times \langle 6.7 \rangle - \langle 10.1 \rangle \rangle =$ \_\_\_\_\_.

10. 电子跳蚤落在数轴上的某点  $k_0$ , 第一步从  $k_0$  向左跳1个单位到  $k_1$ , 第二步由  $k_1$  向右跳2个单位到  $k_2$ , 第三步由  $k_2$  向左跳3个单位到  $k_3$ , 第四步由  $k_3$  向右跳4个单位到  $k_4, \dots$ , 按以上规律跳了100步时, 电子跳蚤落在数轴上的点  $k_{100}$  所表示的数恰是19.94. 则电子跳蚤的初始位置  $k_0$  点所表示的数是\_\_\_\_\_.

三、解答题: (每题10分, 满分20分)

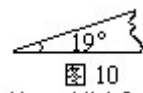
1. 在矩形  $ABCD$  中, 放入六个形状、大小相同的长方形, 所标尺寸如图9所示. 试求图中阴影部分的总面积(写出分步求解的简明过程)



2. (1) 现有一个  $19^\circ$  的“模板”(图10), 请你设计一种办法, 只用这个“模板”和铅笔在纸上画出  $1^\circ$  的角来.

(2) 现有一个  $17^\circ$  的“模板”与铅笔, 你能否在纸上面画出一个  $1^\circ$  的角来?

(3) 用一个  $21^\circ$  的“模板”与铅笔, 你能否在纸上画出一个  $1^\circ$  的角来?



对(2)、(3)两问, 如果能, 请你简述画法步骤, 如果不能, 请你说明理由.