

第九届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第2试

一、选择题

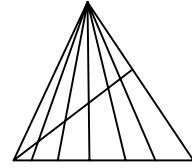
1. 已知有理数 a 在数轴上原点的右方, 有理数 b 在原点的左方, 那么 ()
A $ab < b$ B $ab > b$ C $a+b > 0$ D $a-b > 0$
2. 有理数 a 等于它的倒数, 有理数 b 等于它的相反数, 则 $a^{1998} + b^{1998} =$ ()
A 0 B 1 C -1 D 2
3. 下面的四个判断中, 不正确的是 ()
A $34x^3y^6$ 与 $34a^3b^6$ 不是同类项
B $3x$ 和 $-3x+1$ 不能互为相反数
C $4(x-7)=6(5-27x)$ 和 $6(5-27y)=4(y-7)$ 不是同解方程
D 3 和 $\frac{1}{a} + \frac{1}{3}$ 不能互为倒数
4. 已知关于 x 的一次方程 $(3a+8b)x+7=0$ 无解, 则 ab 是 ()
A 正数 B 非正数 C 负数 D 非负数
5. 如果 $a-b > a+b$, 那么 ()
A $|a-b| > |a+b|$ B $ab < 0$ C $-2b > 2b$ D $-2a > 2b$
6. 方程组 $\begin{cases} 3x+y=7 \\ 5x-8y=31 \end{cases}$ 的解 (x, y) 是 ()
A $(3, -2)$ B $(2, 1)$ C $(4, -5)$ D $(0, 7)$
7. 一条直线上距离相等地立有 10 根标杆, 一名学生匀速地从第 1 杆向第 10 杆行走, 当他走到第 6 杆时用了 6.6 秒, 则当他走到第 10 杆时所用时间是 ()
A 11 秒 B 13.2 秒 B 11.8 秒 D 9.9 秒
8. 有以下两个数串: $1, 3, 5, 7, \dots, 1991, 1993, 1995, 1997, 1999$ 和 $1, 4, 7, 10, \dots, 1990, 1993, 1996, 1999$. 同时出现在这两个数串中的数的个数共有 ()
A 333 B 334 C 335 D 336
9. $S_{\triangle ABC} = 1$, D, E 分别在 BC 和 AB 上, 若 $S_{\triangle BDE} = S_{\triangle DEC} = S_{\triangle ACE}$, 则 $S_{\triangle ADE} =$ ()
A $\frac{1}{5}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{7}$ D $\frac{1}{8}$
10. 若关于 x 的方程 $|2x-3|+m=0$ 无解, $|3x-4|+n=0$ 只有一个解, $|4x-5|+k=0$ 有两个解, 则 m, n, k 的大小关系是 ()
A $m > n > k$ B $n > k > m$ C $k > m > n$ D $m > k > n$

二、填空题

11. 计算: $\frac{78^3 + 22^3}{78^2 - 78 \times 22 + 22^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 若 $a+19=b+9=c+8$, 则 $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 图中三角形的个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



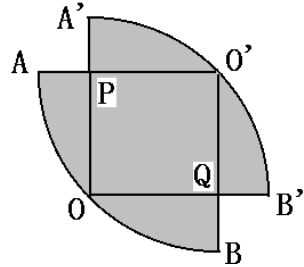
14. 甲、乙两列客车的长分别为 150 米和 200 米, 它们相向行驶在平行的轨道上, 已知甲车上某乘客测得乙车在他窗口外经过的时间是 10 秒, 那么乙车上的乘客看见甲车在他窗口外经过的时间是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 秒.

15. 某人以 4 千米/时的速度步行由甲地到乙地, 然后又以 6 千米/时的速度从乙地返回甲地, 那么某人往返一次的平均速度是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千米/时.

16. 对于不小于 3 的自然数 n , 规定如下一种操作: (n) 表示不是 n 的约数的最小自然数,

如 $(7)=2, (12)=5$, 等等. 则 $((19) \times (98)) = \underline{\hspace{2cm}}$. (式中的 \times 表示乘法)

17. 一个布袋中装有红、黄、蓝、三种颜色的大小相同的木球, 红球上标有数字 1, 黄球上标有数字 2, 蓝球上标有数字 3, 小明从布袋中摸出 10 个球, 它们上面所标数字和等于 21, 则小明摸出的球中红球的个数最多不超过 $\underline{\hspace{2cm}}$.



18. 两个半径为 1 的 $\frac{1}{4}$ 圆扇形 $A'O'B'$ 与 AOB 叠放在一起,

$POQO'$ 是正方形, 则整个阴影图形的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

19. $(3a+2b)x^2 + ax + b = 0$ 是关于 x 的一元一次方程, 且 x 有唯一解, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 某校运动会在 400 米环形跑道上进行 10000 米比赛, 甲、乙两运动员同时起跑后, 乙速超过甲速, 在第 15 分钟时甲加快速度, 在第 18 分钟时甲追上乙并且开始超过乙, 在第 23 分钟时, 甲再次追上乙, 而在第 23 分 50 秒时, 甲到达终点, 那么乙跑完全程所用的时间是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分钟.

三、解答题

21. 23 个不同的正整数的和是 4845, 问: 这 23 个数的最大公约数可能达到的最大的值是多少? 写出你的结论, 并说明理由.

22. (a) 请你在平面上画出 6 条直线 (没有三条共点), 使得它们中的每条直线都恰与另三条直线相交, 并简单说明画法.

(b) 能否在平面上画出 7 条直线 (任意三条都不共点), 使得它们中的每条直线都恰与另三条直线相交? 如果能请画出一例, 如果不能请简述理由.