

第十一届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第2试

一、选择题 (每小题6分,共60分)

1. $-\frac{1}{2000}$ 的相反数是 ()

- (A) 2000 (B) $\frac{1}{2000}$ (C) -2000 (D) 1

2. 有如下四个命题:

- a. 有理数的相反数是正数
- b. 两个同类项的数字系数是相同的
- c. 两个有理数的和的绝对值大于这两个有理数绝对值的和
- d. 两个负有理数的比值是正数

其中真命题有 ()

- (A) 4个 (B) 3个 (C) 2个 (D) 1个

3. 如图, 平行直线 AB、CD 与相交直线 EF、GH 相交, 图中的同旁内角共有 ()

- (A) 4对 (B) 8对 (C) 12对 (D) 16对

4. If $[a]$ indicates the greatest integer less than a , then ()

- (A) $a-1 < [a] \leq a$ (B) $a-1 < [a] < a$ (C) $a \leq [a] \leq a+1$ (D) $a-1 \leq [a] < a$

5. 已知三个锐角的度数之和大于 180° , 则一定有一个锐角大于 ()

- (A) 81° (B) 76° (C) 68° (D) 60°

6. 如果有理数 a, b, c, d 满足 $a+b > c+d$, 则 ()

- (A) $|a-1| + |b+1| > c+d$ (B) $a^2 + b^2 > c^2 + d^2$ (C) $a^3 + b^3 > c^3 + d^3$ (D) $a^4 + b^4 > c^4 + d^4$

7. 有三个正整数 a, b, c , 其中 a 与 b 互质且 b 与 c 也互质. 给出下面四个判断: ① $(a+c)^2$

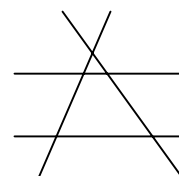
不能被 b 整除 ② $a^2 + c^2$ 不能被 b 整除 ③ $(a+b)^2$ 不能被 c 整除 ④ $a^2 + b^2$ 不能被 c 整除

其中, 不正确的判断有 ()

- (A) 4个 (B) 3个 (C) 2个 (D) 1个

8. 已知 a 是不为 0 的整数. 并且关于 x 的方程 $ax = 2a^3 - 3a^2 - 5a + 4$ 有整数根. 则 a 的值共有 ()

- (A) 1个 (B) 2个 (C) 6个 (D) 9个



9. 已知代数式 $\frac{x^2(ax^5 + bx^3 + cx)}{x^4 + dx^2}$ 当 $x=1$ 时, 值为 1, 那么该代数式当 $x=-1$ 时的值是 ()

- (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 2

10. 在某班的新年晚会上, 每个同学都写若干字条祝福他人: 在任意四个人中, 每一位都祝福其他三人中的至少一位, 那么该班中没有得到其他同学祝福字条的同学最多有 () 位

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

二、填空题 (每小题 6 分, 共 60 分)

11. 甲车的车轮转一周在地上的车轮印痕长为 90 厘米, 乙车的车轮转 120° 时, 车轮印痕长为 20 厘米, 那么, 甲车轮直径是乙车轮直径是_____倍.

12. 已知: $a = -3\frac{1}{7} + 6\frac{3}{49}$, $b = (-1)^{100} + 3\frac{8}{11} \div (-5\frac{1}{2})$, $c = (\frac{1}{3} - 4) \times (-2\frac{1}{3})$, $d = \frac{20}{21} - (-3)^2$,

则 $a \times b \times c \div d =$ _____.

13. If $|x| \leq 3$, $|y| \leq 1$, $|z| \leq 4$, and $|x - 2y + z| = 9$, then $x^2y^4z^6 =$ _____.

14. 若 $(2x^2 - x - 1)^3 = a_0x^6 + a_1x^5 + a_2x^4 + a_3x^3 + a_4x^2 + a_5x + a_6$, 则 $a_1 + a_3 + a_5 =$ _____.

15. 已知 $a=1999$, $b=1$. 则 $a^2 + 2b^2 + 3ab =$ _____.

16. 正方形 ABCD 的面积是 1. E、F、G、H 分别在线段 AB、BC、CD、DA 上, $AE=EB$, $DH=2AH$, $CH=3DG$, $BF=4FC$. 则四边形 EFGH 的面积是_____.

17. 从甲地到乙地是上坡路, 从乙地到丙地是下坡路, 王燕同学自甲地途径乙地到丙地, 立即在沿原路返回甲地, 公用 3.5 小时, 已知王燕上坡速度相同, 下坡速度也相同, 并且走上坡路所用时间比下坡路所用时间多 0.5 小时. 那么, 王燕走上坡路共用了_____小时.

18. 满足 $m^3 + n = 331$ 的正整数 m 和 n 的最大公约数记为 k . 那么所有这样的 k 值得和等于_____.

19. 在满足 $x + 2y \leq 3$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ 的条件下 $x + 2y$ 能达到的最大值是_____.

20. 某商店每月的销售额存放在计算机中. 用 4 位数码表示月份: 第 1, 2 位是年份数的后两位, 第 3, 4 位是月份数. 现有如下数据

年份	月份	销售额 (万元)	年份	月份	销售额 (万元)
9909	9	1.2	0001	1	2.4
9910	10	1.3	0002	2	2.0
9911	11	1.5	0003	3	1.8
9912	12	2.0	0004	4	1.9

某软件提供自动统计的功能：输入开始、结束月份（如 9910, 0002），计算机则会输出从开始月份到结束月份的总销售额。该软件的统计方法是：检查存放数据中每个月的信息，如果某一个月的 4 位数码的每一位都不大于结束月份对应位的数码，并且不小于开始月份对应位的数码，则将该月份的销售额计算在内，否则就跳过去，将计算机统计 1999 年 9 月到 2000 年 3 月的总销售额记为 a ，实际总销售额为 b ，则 $a - b$ 等于_____。

三、解答题（每小题 10 分，共 30 分）

21. 一个人的背包可以装 12 千克的物品，现有五件物品如下：

物品	A	B	C	D	E
重量（千克）	3	3	4	2	6
价值（百元）	12.36	$\frac{255}{13}$	$\frac{307}{17}$	14	60

该人把五件物品中的若干件装入背包，使得背包中物品的价值最大，请你指出背包中所装物品时哪几件？他们的总价值是多少百元？

22. 矩形 ABCD 的面积是 36 平方厘米。在边 AB、AD 上分别取点 E、F，使得 $AE=3EB$ ， $DF=2AF$ ，DE 与 CF 的交点为 O。计算 $\triangle FOD$ 的面积是多少平方厘米。

23. A 和 B 是高度同为 h 的圆柱形容器，底面半径分别为 r 和 R ，且 $r < R$ 。一龙头单独向 A 注水，用 T 分钟可以注满容器 A。现将两容器在他们高度的一半处用一个细管连通（连通细管的容积忽略不计），仍用该水龙头向注水 A，问 $2T$ 分钟时，容器 A 中水的高度是多少？（注：若圆柱体底面积半径为 R ，高为 h ，体积为 V ，则 $V = \pi R^2 h$ 。）

