第十二届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第 2 试

一．选择题（每小题 5 分，共 50 分）

1．数 a 的任意正奇数次幂都等于 a 的相反数，则（ ）

A．a = 0 B．a = -1 C．a = 1 D．不存在这样的 a 值

2．数轴上从左到右有六个点 A、B、C、D、E、F 满足 AB = BC = CD = DE = EF，若点 A 所表示的数字是 -5，点 F 所表示的数字是 11，则与点 C 所表示的数最接近的整数是（ ）

A．-1 B．0 C．1 D．2 （根据深圳市南山区蛇口中学王远征供题改编）

3．我国古代伟大的数学家祖冲之在 1500 年以前就已经相当精确地算出圆周率 π 是在 3.1415926 和 3.1415927 之间，并取 $\frac{355}{113}$ 为密率、$\frac{22}{7}$ 为约率，其中（ ）

A．$3.1415<\pi<\frac{333}{106}$ B．$\frac{355}{113}<\pi<\frac{22}{7}$ C．$\frac{333}{106}<\pi<\frac{355}{113}$ D．$\frac{22}{7}<\pi<1.429$

4．已知 x 和 y 满足 $2x+3y=5$，则当 $x=4$ 时，代数式 $3x^2+12xy+y^2$ 的值是（ ）

A．4 B．3 C．2 D．1

5．两个正整数的和是 60，它们的最小公倍数是 273，则它们的乘积是（ ）

A．273 B．819 C．1911 D．3549

6．用一根长为 a 米的线围成一个等边三角形，测知这个等边三角形的面积为 b 平方米。现在这个等边三角形内任取一点 P，则点 P 到等边三角形三边距离之和为（ ）米

A．$\frac{2b}{a}$ B．$\frac{4b}{a}$ C．$\frac{6b}{a}$ D．$\frac{8b}{a}$

7．If we let <a> be the greatest prime number not more than a ,then the result of the expression <<3>×<25>×<30>> is （ ）

A．1333 B．1999 C．2001 D．2249

（英汉词典：greatest prime number 最大的质数；result 结果；expression 表达式）

8．古人用天干和地支记次序，其中天干有 10 个：甲乙丙丁戊己庚辛壬癸。地支也有 12 个：子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥.将天干的 10 个汉字和地支的 12 个汉字分别循环排列成如下两行：

甲乙丙丁戊己庚辛壬癸甲乙丙丁戊己庚辛壬癸……

子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥……

从左向右数，第 1 列是甲子，第 2 列是乙丑，第 3 列是丙寅……，则当第 2 次甲和子在同一列时，该列的序号是（ ）

A．31 B．61 C．91 D．121

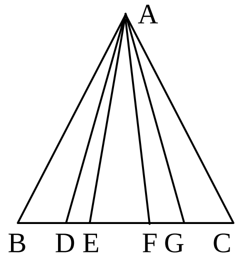
9．满足 $(a-b)^2+(b-a)|a-b|=ab,(ab\neq 0)$ 的有理数 a 和 b，一定不满足的关系是（ ）

A．$ab<0$　B．$ab>0$　C．$a+b>0$　D．$a+b<0$

10．已知有如下一组 x，y 和 z 的单项式：$7x^3z^2,8x^3y,\frac{1}{2}x^2yz,-3xy^2z,9x^4zy,zy^2,-\frac{1}{5}xyz$，$9y^3z$，$xz^2y$，$0.3z^3$ 我们用下面的方法确定它们的先后次序；对任两个单项式，先看 x 的幂次，规定 x 幂次高的单项式排在 x 幂次低的单项式的前面；再看 y 的幂次，规定 y 的幂次高的排在 y 的幂次低的前面；再看的 z 幂次，规定的 z 幂次高的排在 z 的幂次低的前面。将这组单项式按上述法则排序，那么 $9y^3z$ 应排在（　　）

A．第 2 位　B．第 4 位　C．第 6 位　D．第 8 位

二．填空题（每小题 6 分，共 60 分）



11．一个锐角的一半与这个锐角的余角及这个锐角的补角的和等于平角，则这个锐角的度数_____.

12．If $a^2+a=0$，then result of $a^{2001}+a^{2000}+12$ is _____.

13．ΔABC 中，D、E、F、G 均为 BC 边上的点，且 $BD=CG$，$DE=GF=\frac{1}{2}BD$，$EF=3DE$．若 $S_{\Delta ABC}=1$，则图中所有三角形的面积之和为_____.

14．使关于 x 的方程 $|x|=ax+1$ 同时有一个正根和一个负根的整数 a 的值是_____.

15．小明的哥哥过生日时，妈妈送了他一件礼物：即三年后可以支取 3000 元的教育储蓄．小明知道这笔储蓄年利率是 3％（按复利计算），则小明妈妈为这件生日礼物在银行至少要存储_____元．（银行按整数元办理存储）

16．m 为正整数，已知二元一次方程组 $\begin{cases}mx+2y=0\\3x-2y=0\end{cases}$ 有整数解，即 x，y 均为整数，则 $m^2=$____.

17．长方形 ABCD 中，F 是 CD 的中点，E 在线段 BC 上且 BC=3BE，H 在线段 AD 上且 AD=4HD．若长方形的面积是 300 平方米，则五边形 BEFDH 的面积等于_____平方米．

18．一幅图象可以看成由 m 行 n 列个小正方形构成的大矩形，其中每个小正方形称为一个点，每个点的颜色是若干个颜色中的一个，给定了 m，n 以及每个点的颜色就确定了一幅图象．现在，用一个字节可以存放两个点的颜色．那么当 m 和 n 都是奇数时，至少需要_____个字节存放这幅图象的所有点的颜色．

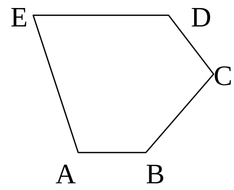
19．在正整数中，不能写成三个不相等的合数之和的最大奇数是_____.

20．在密码学中，称直接可以看到的内容为明码，对明码进行某种处理后得到的内容为密码．对于英文，人们将 26 个字母按顺序分别对应整数 0 到 25，现有 4 个字母构成的密码单词，记 4 个字母对应的数字分别为 x_1，x_2，x_3，x_4，已知：整数 x_1+2x_2，$3x_2$，x_3+2x_4，$3x_4$ 除以 26 的余数分别为 9，16，23，12，则密码的单词是_____.

三．解答题（21、22 题各 13 分，23 题 14 分，共 40 分）

21．有依次排列的 3 个数：3，9，8，对任相邻的两个数，都用右边的数减去左边的数，所得之差写在这两个数之间，可产生一个新数串：3，6，9，-1，8，这称为第一次操作；做第二次同样的操作后也可产生一个新数串：3，3，6，3，9，-10，-1，9，8，继续依次操作下去，问：从数串 3，9，8 开始操作第一百次以后所产生的新数串的所有数之和是多少？

22．如图 $\mathrm{AB} // \mathrm{ED}$，$\alpha = \angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{E}$，$\beta = \angle \mathrm{B} + \angle \mathrm{C} + \angle \mathrm{D}$．证明：$\beta = 2\alpha$．



23．一玩具工厂用于生产的全部劳力为 450 个工时，原料为 400 个单位。生产一个小熊要使用 15 个工时、20 个单位的原料，售价为 80 元；生产一个小猫要使用 10 个工时、5 个单位的原料，售价为 45 元。在劳力和原料的限制下合理安排生产小熊、小猫的个数，可以使小熊和小猫的总售价尽可能高。请用你所学过的数学知识分析，总售价是否可能达到 2200 元？