

第十三届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第2试

一、选择题

1. $2002+(-2002)-2002\times(-2002)\div 2002 = (\quad)$

- (A) -4004 (B) -2002 (C) 2002 (D) 6006

2. 下列四个命题:

- ①如果两个角是对顶角, 则这两个角相等
- ②如果两个角相等, 则这两个角是对顶角
- ③如果两个角不是对顶角, 则这两个角不相等
- ④如果两个角不相等, 则这两个角不是对顶角

其中正确的命题有 ()

- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

3. 爸爸给女儿园园买了一个(圆柱形的)生日蛋糕, 园园想把蛋糕切成大小不一定相等的若干块(不少于10块), 分给10个小朋友, 若沿竖直方向切分这块蛋糕, 至少需要切()刀

- (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 9

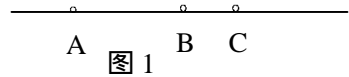
4. 当 x 取1到10之间的质数时, 四个整式: x^2+2 , x^2+4 , x^2+6 , x^2+8 的值中, 共有质数()个

- (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 16

5. If a is odd number, then there must exist an integer n such that $a^2-1=(\quad)$

- (A) $3n$ (B) $5n$ (C) $8n$ (D) $16n$

6. 如图1, 直线上有三个不同的点A、B、C, 且 $AB \neq BC$. 那



么, 到A、B、C三点距离的和最小的点()

- (A) 是B点 (B) 是线段AC的中点 (C) 是线段AC外的一点 (D) 有无穷多个

7. 下面四个命题中一定不正确的命题是 ()

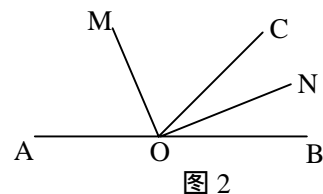
(A) $3a^2b^7$ 和 $7b^7a^2$ (B) $3x-1=0$ 和 $3+\frac{2}{x-1}=0$ 是同解方程

(C) $a-3$ 和 $3-a$ 是互为倒数 (D) x^3-b 和 $-x^3-b$ 互为相反数

8. 如图2, O是直线AB上的一点, OM平分 $\angle AOC$,

ON平分 $\angle BOC$, 则图中互余的角有 ()

- (A) 1对 (B) 2对 (C) 3对 (D) 4对



9. 点A、B对应的数是 a 、 b , 点A在 -3、-2 对应的两点(包括这两点)之间移动, 点B在 -1、0 对应的两点(包括这两点)之间移动, 则以下四式的值, 可能比2008大的是 ()

- (A) $b-a$ (B) $\frac{1}{b-a}$ (C) $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ (D) $(a-b)^2$

10. Let a be the average of all odd prime numbers less than 50. The integer, most close to a is ()

(小字典: average 平均值; odd prime numbers 奇质数)

- (A) 23 (B) 24 (C) 25 (D) 26

二、填空题

11. 2002 年 8 月, 在北京召开国际数学家大会. 大会会标如图 4 所示, 它是由 4 个相同的直角三角形与中间的小正方形拼成的大正方形. 若大正方形的面积是 13, 小正方形的面积是 1, 则每个直角三角形的两条直角边的立方和等于_____.

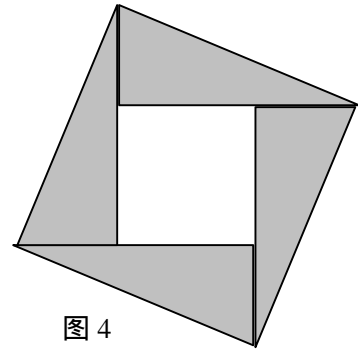


图 4

12. 数学小组中男孩子人数大于小组总人数的 40% 且小于 50%, 则这个数学小组的成员至少有_____人.

13. 甲、乙两同学从 400 米环形跑道上的某一点背向出发, 分别以每秒 2 米和每秒 3 米的速度慢跑. 6 秒钟后, 一只小狗从甲处以每秒 6 米的速度向乙跑, 遇到乙后, 又从乙处以每秒 6 米的速度向甲跑, 如此往返直至甲、乙第一次相遇, 那么小狗共跑了_____米.

14. 小红的妈妈将一笔奖金存入银行, 一年定期, 按照银行利率牌显示: 定期储蓄一年的年利率是 2.25%, 利息税是 20%, 经计算, 小红的妈妈可在一年后得到税后利息 108 元, 那么小红的妈妈存入的奖金是_____元.

15. 如图 5 所示, 边长为 3 厘米与 5 厘米的两个正方形并排放在一起. 在大正方形中画一段以它的一个顶点为圆心, 边长为半径的圆弧. 则阴影部分的面积是_____平方厘米 (π 取 3).

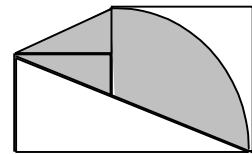


图 5

16. 一辆新型家庭轿车油箱的容积为 50 升, 加满油由北京出发前往相距 2300 公里的第九届全国运动会举办地广州, 已知汽车行驶 100 公里耗油 8 升, 为保证行车安全, 油箱内至少应存油 6 升, 则在去广州的途中至少需要加油_____次.

17. 图 6 所示的是蜂巢的一部分. 从中间阴影算起, 有 27 层, 每个正六边形的室中放进一个幼蜂, 那么这个蜂巢总计可以放_____只幼蜂.

18. 已知 $x=2$, $y=-1$, $z=-3$ 是三元一次方程组

$$\begin{cases} mx - ny - z = 7 \\ 2nx - 3y - 2mz = 5 \\ x + y + z = k \end{cases} \text{ 的解, 则 } m^2 - 7n + 3k = \underline{\hspace{2cm}}.$$

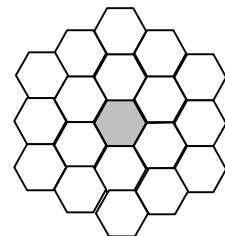


图 6

19. 5 位数 $\overline{2x9y1}$ 是某个自然数的平方, 则 $3x+7y = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 研究发现, 某种感冒药含有使人感到困倦的物质, 如果成年人按规定剂量服用, 服药后 3 小时时血液中这种物质的含量最高 (每毫升血液中含 6 微克, 1 微克= 10^{-6} 克), 随后逐步减少, 在 9 小时的时候, 血液中这种物质的含量降到每毫升 3 微克, 当每毫升血液中该物质

的含量不少于 4 微克时,人会有困倦感,那么服用这种药后人会有困倦感的时间会持续_____小时(设人体对该药物的吸收与释放是均匀的)。

三、解答题

21. 为鼓励居民用电,某市电力公司规定了如下电费计算方法:

每月用电不超过 100 度,按每度电 0.50 元计费;

每月用电超过 100 度,超出部分按每度电 0.40 元计费.

(1)若某用户 2002 年 1 月交电费 68.00 元,那么该用户 1 月份用电多少度?

(2)若某用户 2002 年 2 月平均每度电费 0.48 元,那么该用户 2 月份用电多少度?应交电费多少元?

22. $\triangle ABC$ 的面积是 1 平方厘米,如图 7 所示, $AD=DE=EC$, $BG=GF=FC$, 求阴影四边形的面积.

23. 我国除了用公历年纪年法外,在很多场合还采用干支纪年法表示年代.例如:公历 2002 年,干支纪年为壬午.

天干有 10 个:甲乙丙丁戊己庚辛壬癸.

地支有 12 个:子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥.

将天干的 10 个汉字与地支的 12 个汉字对应排列成如下两行:

……甲乙丙丁戊己庚辛壬癸甲乙丙丁戊己庚辛壬癸……

……子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥……

同一列上下对应的两个字就是一个干支年年号.

请阅读下面的故事:

我国著名的数学家苏步青在 1983 年讲过一个学文史的也要学点数学的故事:“我有一个学生研究古典文学,送我好几本研究苏东坡的文集,我翻看了一篇《赤壁赋》,《赤壁赋》是苏东坡哪一年写的?书上印的是 1080 年,苏东坡生于 1037 年,活了 64 岁.《赤壁赋》开头几句就是:壬戌之秋,七月既望.大家知道 1982 年是干支纪年法的壬戌年.我一看苏东坡写《赤壁赋》的年代是 1080 年,就知道一定是错的.”

请说明苏东坡是通过怎样的“神机妙算”得出这个结论的?并推算苏东坡是哪一年写的《赤壁赋》?

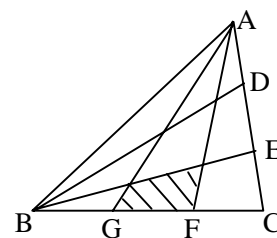


图 7