

第十五届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第2试

一、选择题（每小题5分，共50分）

1、已知 $a = |-2004| + 15$ ，则 a 是（ ）

(A) 合数 (B) 质数 (C) 偶数 (D) 负数

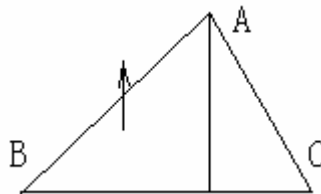
2、若 $7a+9|b|=0$ ，则 ab^2 一定是（ ）

(A) 正数 (B) 负数 (C) 非负数 (D) 非正数

3、 a 与 b 之和的倒数的 2003 次方等于 1， a 的相反数与 b 之和的 2005 次方也等于 1，则 $a^{2003} + b^{2004} =$ （ ）

(A) 2^{2005} (B) 2 (C) 1 (D) 0

4、如图，三角形 ABC 的底边 BC 长 3 厘米，BC 边上的高是 2 厘米，将三角形以每秒 3 厘米的速度沿高的方向向上移动 2 秒，这时，三角形扫过的面积是（ ）平方厘米。



(A) 21 (B) 19 (C) 17 (D) 15

5、小明的妈妈春节前去市场买了 3 公斤葡萄和 2 公斤苹果，花了 8 元钱，春节后，再去市场买这两种水果，由于葡萄每公斤提价 5 角钱，苹果每公斤降价 3 角钱，买 7 公斤葡萄和 5 公斤苹果共花了 21 元，则春节后购物时，(葡萄，苹果) 每公斤的价格分别是（ ）元。

(A) (2.5, 0.7) (B) (2, 1) (C) (2, 1.3) (D) (2.5, 1)

6、当 $x = -1$ 时，代数式 $2ax^3 - 3bx + 8$ 的值为 18，这时，代数式 $9b - 6a + 2 =$ （ ）

(A) 28 (B) -28 (C) 32 (D) -32

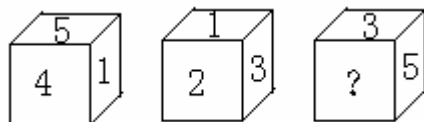
7、The sum of n different positive integers is less than 50. The greatest possible value of n is（ ）

(A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 7

8、已知 $\angle A$ 与 $\angle B$ 之和的补角等于 $\angle A$ 与 $\angle B$ 之差的余角，则 $\angle B =$ （ ）

(A) 75° (B) 60° (C) 45° (D) 30°

9、如图，一个正方体的六个面上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6。根据图中三种状态所显示的数字，“？”表示的数字是（ ）



(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6

10、若 a, b 都是有理数, 且 $a^2 - 2ab + 2b^2 + 4a + 8 = 0$, 则 $ab =$ ()

(A) -8 (B) 8 (C) 32 (D) 2004

二、填空题(每小题 5 分, 共 50 分, 含两个空的小题, 前空 3 分, 后空 2 分)

11、若正整数 x, y 满足 $2004x = 15y$, 则 $x + y$ 的最小值是_____

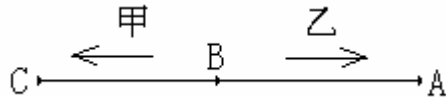
12、数列 $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$ 的排列规律是: 前两个数是 1, 从第 3 个数开始, 每一个数都是它前面两个数的和, 这个数列叫做斐波那契数列。

在斐波那契数列的前 2004 个数中共有_____个偶数。

13、2004 年 6 月 3 日依照美语习惯写作 6/3/2004, 依照英语习惯写作 3/6/2004。像 6/3/2004 就难以判断是美语日期还是英语日期, 也难以判断是哪一天, 称为易混日期。而 4/18/2004 显然是美语日期, 可以准确断定为 2004 年 4 月 18 日; 18/4/2004 显然是英语日期, 可以准确断定为 2004 年 4 月 18 日; 2/2/2004 虽不能断定是美语日期还是英语日期, 但总可以断定为 2004 年 2 月 2 日。这些都是不混日期。那么每月有易混日期_____个; 2004 年全年的不混日期共有_____个。

14、若 $x^2 + 3x - 1 = 0$, 则 $x^3 + 5x^2 + 5x + 18 =$ _____。

15、如图, 甲、乙两船同时从 B 港分别向 C 港和 A 港行驶。已知甲船速度是乙船速



度的 $\frac{6}{5}$ 倍, A、B 两港相距 540 千米。甲

船 3 小时后到达 C 港, 然后立即驶向 A 港, 最后与乙船同时到达 A 港。则乙船速度是_____千米/小时。

16、If n is a positive integer, and if the units' digit of n^2 is 6 and the units' digit of $(n - 1)^2$ is 9, the units' digit of $(n + 1)^2$ is _____。 (英汉小词典 units' digit: 个位数字)

17、用若干条长为 1 的线段围成一个长方形, 长方形的长和宽的最大公约数是 7, 最小公倍数是 7×20 。则围成这个长方形最少需要_____条长为 1 的线段, 它的面积是_____

18、关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x + 4y = 3 \\ 2mx + 3y = 2 \end{cases}$ 的解 x, y 的和等于 1。则 m 的值是_____。

19、甲、乙两打字员, 甲每页打 500 字, 乙每页打 600 字, 已知甲每完成 8 页, 乙恰能完成 7 页。若甲打完 2 页后, 乙开始打字, 则当甲、乙打的字数相同时, 乙打了_____页。

20、将 2004 写成若干个质数的乘积, 如果 a, b, c 是这些质数中的三个, 且 $a < b < c$,

那么关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} bx - ay = 1 \\ ax - cy = -165 \end{cases}$ 的解是 $x =$ _____, $y =$ _____。

三、解答题(每题 10 分, 共 30 分) 要求: 写出推理过程。

21、观察下面的等式

$$2 \times 2 = 4, 2 + 2 = 4$$

$$\frac{3}{2} \times 3 = 4\frac{1}{2}, \frac{3}{2} + 3 = 4\frac{1}{2}$$

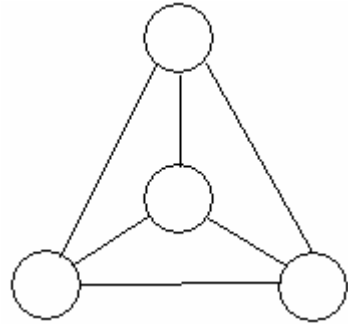
$$\frac{4}{3} \times 4 = 5\frac{1}{3}, \frac{4}{3} + 4 = 5\frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{4} \times 5 = 6\frac{1}{4}, \frac{5}{4} + 5 = 6\frac{1}{4}$$

小明归纳上面各式得出一个猜想：“两个有理数的积等于这两个有理数的和”，小明的猜想正确吗？为什么？

请你观察上面各式的结构特点，归纳出一个猜想，并证明你的猜想。

22、能否在右图中的四个圆圈内填入 4 个互不相同的数，使得任意两个圆圈中所填的数的平方和等于另外两个圆圈中所填数的平方和？如果能填，请填出一个例；如果不能填，请说明理由。



23、在 3×3 的方格表中填入九个不同的正整数：

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 和 x, 使得各行、各列

所填三个数的和都相等。请确定 x 的值，并给出一种填数法。