

第十七届“希望杯”全国数学邀请赛

初一 第2试

2006年4月16日 上午8:30至10:30

一、选择题（每小题4分，共40分）

1. a 和 b 是满足 $ab \neq 0$ 的有理数，现有四个命题：

$$\frac{a-2}{b^2+4} \text{ 的相反数是 } \frac{2-a}{b^2+4};$$

$a-b$ 的相反数是 a 的相反数与 b 的相反数的差；

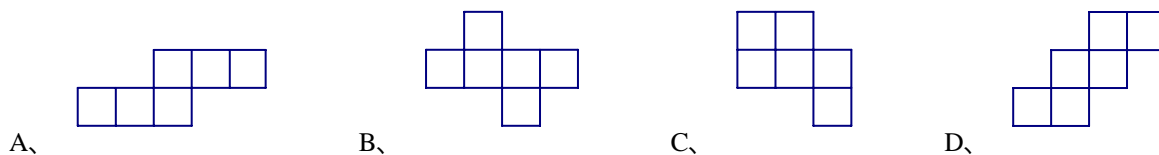
ab 的相反数是 a 的相反数和 b 的相反数的乘积；

ab 的倒数是 a 的倒数和 b 的倒数的乘积。

其中真命题有

A、1个 B、2个 C、3个 D、4个

2. 在下面的图形中，不是正方体的平面展开图的是



3. 在代数式 xy^2 中， x 与 y 的值各减少 25%，则该代数式的值减少了

A、50% B、75% C、37/64 D、27/64

4. 若 $a < b < 0 < c < d$ ，则以下四个结论中，正确的是

A、 $a+b+c+d$ 一定是正数 B、 $d+c-a-b$ 可能是负数

C、 $d-c-b-a$ 一定是正数 D、 $c-d-b-a$ 一定是正数

5. 在图1中， $DA = DB = DC$ ，则 $\angle BCD =$

A、 10° B、 20° C、 30° D、 40°

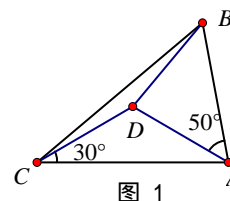


图 1

6. 已知 a, b, c 都是整数， $m = |a+b| + |b-c| + |a-c|$ ，那么 m

A、是奇数 B、是偶数 C、仅当 a, b, c 奇偶性相同时 m 是偶数 D、以上都不对

7. 三角形三边长 a, b, c 都是整数，且： a, b, c 的最小公倍数是 60； a, b 的公约数是 4； b, c 的公约数是 3。则 $a+b+c$

A、30 B、31 C、32 D、33

8. 如图2，矩形 $ABCD$ 由 3×4 个小正方形组成。此图中，不是正方形的矩形有

A、40个 B、38个 C、36个 D、34个

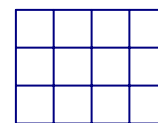


图 2

9. 设 a 是有理数，用 $[a]$ 表示不超过 a 的最大整数，则 $[a] + [-a]$

A、等于 0 B、等于 0 或 1 C、不等于 0 D、等于 0 或 -1

10. On the number axis, there are two points A and B corresponding to number 7 and b respectively, and the distance between A and B is less than 10. Let $m = 5 - 2b$, then the range of the value of m is

A、 $-1 < m < 39$ B、 $-39 < m < 1$ C、 $-29 < m < 11$ D、 $-11 < m < 29$

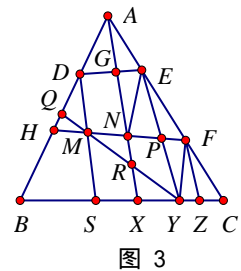
(英汉词典：number axis 数轴；point 点；correspond to 对应于...；respectively 分别地；distance 距离；less than 小于；value 值、数值；range 范围)

二、填空题（每小题4分，共40分）

11. $1\frac{1}{2} - 2\frac{5}{6} + 3\frac{1}{12} - 4\frac{19}{20} + 5\frac{1}{30} - 6\frac{41}{42} + 7\frac{1}{56} - 8\frac{71}{72} + 9\frac{1}{90} = \underline{\hspace{2cm}}$

12. 若 $m+n-p=0$, 则 $m(\frac{1}{n}-\frac{1}{p})+n(\frac{1}{m}-\frac{1}{p})-p(\frac{1}{m}+\frac{1}{n})$ 的值等于_____.

13. 图 3 是一个小区的街道图, A、B、C、...、X、Y、Z 是道路交叉的 17 个路口, 站在任一路口都可以沿直线看到过这个路口的所有街道. 现要使岗哨能看到小区的所有街道, 那么, 最少要设个岗哨_____.



14. 如果 $m-\frac{1}{m}=-3$, 那么 $m^3-\frac{1}{m^3}=\underline{\hspace{2cm}}$.

15. $\frac{1+2+3+4+5+\dots+2005+2006}{(1-\frac{1}{1004})(1-\frac{1}{1005})(1-\frac{1}{1006})(1-\frac{1}{1007})\dots(1-\frac{1}{2005})(1-\frac{1}{2006})}=\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 乒乓球比赛结束后, 将若干个乒乓球发给优胜者. 取其中的一半加半个发给第一名; 取余下的一半加半个发给第二名; 又取余下的一半加半个发给第三名; 再取余下的一半加半个发给第四名; 最后取余下的一半加半个发给第五名, 乒乓球刚好发完. 这些乒乓球共有_____个.

17. 有甲、乙、丙、丁四人, 每三个人的平均年龄加上余下一人的年龄之和分别为 29、23、21 和 17 岁. 则这四人中最大年龄和最小年龄的差是_____岁.

18. 初一_____班的同学站成一排, 他们先自左向右从“1”开始报数, 然后又自右向左从“1”开始报数, 结果发现两次报数时, 报“20”的两名同学之间(包括这两名同学)恰有 15 人, 则全班共有_____人.

19. $2^{m+2005}+2^m$ (m 是正整数) 的末位数字是_____.

20. Assume that a, b, c, d are all integers, and four equations $(a-2b)x=1, (b-3c)y=1, (c-4d)z=1, w+100=d$ have always solutions x, y, z, w of positive numbers respectively, then the minimum of a is _____.

(英汉词典: to assume 假设; integer 整数; equation 方程; positive 正的; minimum 最小值)

三、解答题(本大题共 3 小题, 共 40 分) 要求: 写出推算过程.

21. (本小题满分 10 分)

(1) 证明: 奇数的平方被 8 除余 1.

(2) 进一步证明: 2006 不能表示为 10 个奇数的平方之和.

22. (本小题满分 15 分)

如图 4 所示(图略), ABC 的面积为 1, E 是 AC 的中点, O 是 BE 的中点. 连接 AO 并延长交 BC 于 D , 连接 CO 并延长交 AB 于 F . 求四边形 $BDOF$ 的面积.

23. (本小题满分 15 分)

老师带着两名学生到离学校 33 千米远的博物馆参观, 老师乘一辆摩托车, 速度为 25 千米/小时. 这辆摩托车后座可带乘一名学生, 带人后速度为 20 千米/小时. 学生步行的速度为 5 千米/小时. 请你设计一种方案, 使师生三人同时出发后都到达博物馆的时间不超过 3 个小时. (试题录入: 成俊锋)