

第四届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第1试

一、选择题：（每题1分，共15分）

1. 如果 $a < b < 0$ ，那么在下列结论中正确的是 []

A. $a+b < -1$ B. $ab < 1$ C. $\frac{a}{b} < 1$ D. $\frac{a}{b} > 1$

2. 已知四个命题：① 1是1的平方根 ② 负数没有立方根 ③ 无限小数不一定是无理数 ④

$\sqrt{-3a}$ 一定没有意义. 其中正确的命题的个数是 []

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 在 $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sqrt[3]{-8}$, 0.236 , $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$, 3.1416 , $-\pi$, $\sqrt[3]{-4-\frac{17}{27}}$, $\left[(\sqrt{3}+\sqrt{2})-\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right]^2$ 中,

无理数的个数是 []

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

4. 若 $A = \sqrt{(a^2+9)^4}$, 则A的算术平方根是 []

A. a^2+3 B. $(a^2+3)^2$ C. $(a^2+9)^2$ D. a^2+9

5. 下列各组数可以成为三角形的三边长度的是 []

A. 1, 2, 3 B. $a+1, a+2, a+3$, 其中 $a > 0$

C. a, b, c , 其中 $a+b > c$ D. 1, m, n , 其中 $1-m < n$

6. 方程 $x^2+|x|-6=0$ 的最大根与最小根的差是 []

A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

7. 等腰三角形的某个内角的外角是 130° , 那么这个三角形的三个内角的大小是 []

A. $50^\circ, 50^\circ, 80^\circ$ B. $50^\circ, 50^\circ, 80^\circ$ 或 $130^\circ, 25^\circ, 25^\circ$

C. $50^\circ, 65^\circ, 65^\circ$ D. $50^\circ, 50^\circ, 80^\circ$ 或 $50^\circ, 65^\circ, 65^\circ$

8. 如果 $x+y = \sqrt{7\sqrt{3}-5\sqrt{2}}$, $x-y = \sqrt{7\sqrt{2}-5\sqrt{3}}$, 那么 xy 的值是 []

A. $3\sqrt{3}+3\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{3}-3\sqrt{2}$ C. $7\sqrt{3}-5\sqrt{2}$ D. $7\sqrt{2}-5\sqrt{3}$.

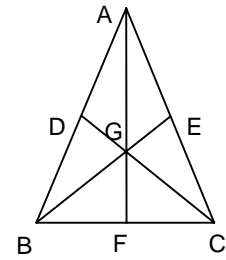
9. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D点在AB上, $DE \perp AC$ 于E, $EF \perp BC$ 于F. $\angle BDE=140^\circ$, 那么 $\angle DEF$ 是 []

A. 55° B. 60° C. 65° D. 70°

10. 已知 $-\frac{1}{2} < x < 1$, 将 $|\sqrt{(2x+1)^2} - \sqrt{(x-4)^2}|$ 化简得 []

- A. $3-3x$ B. $3+3x$ C. $5+x$ D. $5-x$

11. 如图: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, G 是三角形的重心, 那么图中全等的三角形的对数是 []



- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

12. 若一元二次方程 $2x(kx-4) - x^2 + 6 = 0$ 有实数根, 则 k 的最大整数值是 []

- A. 1 B. 0 C. 1 D. 2

13. 对于三边的长是三个连续自然数的任意三角形, 在下列四个命题中 ① 周长能被2整除

② 周长是奇数 ③ 周长能被3整除 ④ 周长大于10. 正确的命题的个数是 []

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

14. 若方程 $9x^2 - 6(a+1)x + a^2 - 3 = 0$ 的两根之积等于1, 则 a 的值是 []

- A. $\pm 2\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\pm 2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

15. 有下列四个命题, 其中正确的是 []

① 两边和其中一边上的高对应相等的两个三角形不一定是全等三角形

② 两边和第三边上的高对应相等的两个锐角三角形不一定是全等三角形

③ 两边和第三边上的高对应相等的两个三角形是全等三角形

④ 两边和其中一边所对的角对应相等的两个三角形不一定是全等三角形

- A. ①, ② B. ②, ③ C. ③, ④ D. ④, ①

二、填空题 (每题1分, 共15分)

1. 某自然数的平方是一个四位数, 千位数字是4, 个位数字是5, 这个数是_____.

2. 实数 x 满足 $x + \sqrt{5x+16} = 0$, 则 $\sqrt{5x+16}$ 的值为_____.

3. 设10个数: 195.5, 196.5, 197.5, 198.5, 199.5, 200, 200.5, 201, 201.5, 202.5 的平均数为 A , 则 $10A =$ _____.

4. 如果实数 x, y 满足 $2x^2 - 6xy + 9y^2 - 4x + 4 = 0$, 那么 $\sqrt[3]{y} =$ _____.

5. 设 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 的长度均为自然数, 且 $a \leq b \leq c$, $a+b+c=13$, 则以 a, b, c 为三边的三角形共有_____个.

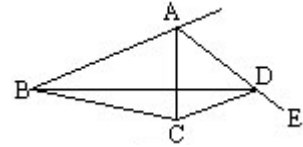
6. $\frac{1}{\sqrt{2+1}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}} =$ _____.

7. 当 $0 < x < 2$ 时, $\sqrt{\frac{x^2+4}{2x}} + 2 + \sqrt{\frac{x^2+4}{2x}} - 2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 已知方程 $x^2 + (2m+1)x + (m^2+m+1) = 0$ 没有实数根, 那么 m 为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

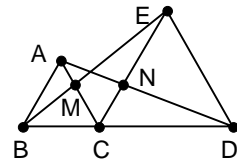
9. 已知 a, b, c, d 满足 $a < -1 < b < 0 < c < 1 < d$, 且 $|a+1| = |b+1|$, $|1-c| = |1-d|$, 那么 $a+b+c+d = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 如图: 在 $\triangle ABC$ 中, AE 是 $\angle BAC$ 的外角的平分线, D 是 AE 上任意一点, 则 $AB+AC$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $DB+DC$. (用 $>$ 、 $<$ 、 $=$ 号连接)



11. 如果 $x-y = \sqrt{2} + 1$, $y-z = \sqrt{2} - 1$, 那么 $x^2+y^2+z^2 - xy - yz - zx = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 若 u, v 满足 $v = \sqrt{\frac{2u-v}{4u+3v}} + \sqrt{\frac{v-2u}{4u+3v}} + \frac{3}{2}$, 则 $u^2 - uv + v^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.



13. 如图: B, C, D 在一条直线上, 且 $AB=BC=CA$, $CD=DE=EC$, 若 $CM=r$, 则 $CN = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设方程 $x^2 - y^2 = 1993$ 的整数解为 $x=a$, $y=b$, 则 $|ab| = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 若 $x + \frac{1}{x} = 3$, 则 $\frac{x^3 + \frac{1}{x^3} + 7}{x^4 + \frac{1}{x^4} + 3} = \underline{\hspace{2cm}}$.