

第五届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第1试

一、选择题：(每小题3分，共30分)

- 使等式成立的x的值是 []
A. 正数 B. 负数 C. 0 D. 不能确定
- 对于三角形的三个外角、下面结论中正确的是 []
A. 可能有两个直角 B. 最少有一个锐角 C. 不可能有三个钝角 D. 最多有一个锐角
- 如果 $\sqrt{a-b-2\sqrt{3}}+(a+b-2\sqrt{3})^2=0$, 那么 $\frac{b}{a}$ 的值是 []
A. 1 B. -1 C. $5-2\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{6}-5$
- 已知线段a,b,c的长度满足 $a < b < c$, 那么以a,b,c组成的三角形的条件是 []
A. $c-a < b$ B. $2b < a+c$ C. $c-b > a$ D. $b^2 < ac$
- 有如下命题:
① 负数没有立方根
② 一个实数的立方根不是正数就是负数
③ 一个正数或负数的立方根和这个数同号, 0的立方根是0
④ 如果一个数的立方根是这个数本身, 那么这个数必是1或0

其中错误的是 []

- A. ①②③ B. ①②④ C. ②③④ D. ①③④

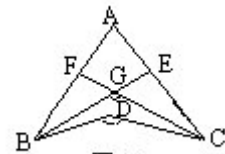


图 16

- 若实数x、y满足 $x^2+y^2-4x-2y+5=0$, 则 $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{3y-2\sqrt{x}}}$ 的值是 []

- A. 1 B. $\frac{3}{2}+\sqrt{2}$ C. $3+2\sqrt{2}$ D. $3-2\sqrt{2}$

- 直角三角形的三条边的长度是正整数, 其中一条直角边的长度是13, 那么它的周长为 []

- A. 182 B. 180 C. 32 D. 30

- 已知方程 $x^2-x-1994=1994^2$, 那么它的两根是 []

- A. 1994, 1995 B. -1994, 1995 C. -1994, -1995 D. 1994, -1995

- 如图16, BE是 $\angle ABD$ 的平分线, CF是 $\angle ACD$ 的平分线, BE与CF交于G, 若 $\angle BDC=140^\circ$, $\angle BGC=110^\circ$, 则 $\angle A$ 的大小是 []

- A. 70° B. 75° C. 80° D. 85°

- n是整数, 下列四式中一定表示奇数的是 []

- A. $(n+1)^2$ B. $(n+1)^2-(n-1)^2$ C. $(n+1)^3$ D. $(n+1)^3-n^3$

二、A组填空题 (每小题3分, 共30分)

- 设 $A=\sqrt{6}+\sqrt{2}$, $B=\sqrt{3}+\sqrt{5}$, 则A、B中数值较小的是_____.

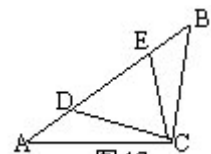


图 17

- 已知实数a满足 $a+\sqrt{a^2}+\sqrt[3]{a^3}=0$, 那么 $|a-1|+|a+1|$ =_____.

- 一个角的余角比它的补角的 $\frac{1}{7}$ 还多 6° , 则这个角的度数是_____.

- 对 $\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{250}+\sqrt[3]{16}$ 作化简, 结果是_____.

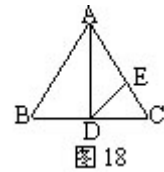
5. 某自然数的5倍等于数a的立方,该自然数的 $\frac{1}{5}$ 恰是数a,则这个自然数是_____.

6. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$,又 $BD \perp AC$ 于D,则在 $\triangle ABC$ 中互为余角的角共有_____对.

7. 如图17,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=AE$, $BC=BD$,则 $\angle ACD+\angle BCE=$ _____.

8. 当 $x = \sqrt{5} - 3$ 时,多项式 x^3+5x^2-2x-5 的值是_____.

9. 如图18,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=66^\circ$, $\angle C=54^\circ$,AD是角A的平分线,DE平分 $\angle ADC$ 交AC于E,则 $\angle BDE=$ _____.

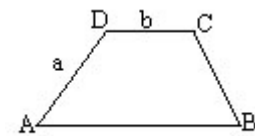


10. 如果 $\sqrt{11}$ 的小数部分是a,而 $\frac{1}{a}$ 的小数部分是b,那么b=_____.

三、B组填空题 (每小题4分)

1. 设 $M = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1993}+\sqrt{1994}}$,

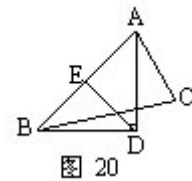
$N = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 1993 - 1994$,则 $\frac{N}{(M+1)^2} =$ _____.



2. 在四边形ABCD中(图19), $AB \parallel CD$, $\angle D = 2\angle B$,AD和CD的长度分别为a和b,那么AB的长为_____.

3. 设 $x = \frac{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$, $y = \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$,则 $\left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2 + xy =$ _____.

4. 如图20,在 $\triangle ABC$ 中,AD平分 $\angle A$, $BD \perp AD$, $DE \parallel AC$ 交AB于E,若 $AB=5$,则DE的长是_____.



5. 计算: $\sqrt{7-\sqrt{15}} - \sqrt{16-2\sqrt{15}} =$ _____.

6. 设方程 $x^2+1993x-1994=0$ 和 $(1994x)^2-1993 \times 1995x-1=0$ 的较小根依次是m和n,则 $mn=$ _____.

7. 若 $-\frac{2}{3} < x < \frac{1}{2}$,则 $\sqrt{(3x+2)^2} - \sqrt{1-4x+4x^2} + |5x|$ 化简为_____.

8. 设M,x,y均为正整数,且 $\sqrt{M-\sqrt{28}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$,则 $x+y+M$ 的值是_____.

9. x为任意实数,则 $|x+1|+|x+2|+|x+3|+|x+4|+|x+5|$ 的最小值是_____.

10. 如图21, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形,D为AB中点, $AB=2$,扇形ADG和BDH分别是以A,B为圆心,AD,BD为半径的圆的 $\frac{1}{4}$,则阴影部分面积为_____.

