

第六届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第1试

一、选择题：

1. 下列五个数： 3.1416 , $\frac{1}{\pi}$, $\sqrt{\pi}$, 3.14 , $\pi-1$, 其中是有理数的有 []

A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

2. $-\frac{1}{8}$ 的平方的立方根是 []

A. 4 B. $\frac{1}{8}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

3. 适合不等式 $2x-1 > -3x+14 \geq 4x-21$ 的 x 的值的范围是 []

A. $x > 3$ B. $x \leq 5$ C. $3 < x \leq 5$ D. $3 \leq x < 5$

4. 已知 a 是非零实数, 则 $\frac{a}{|a|} + \frac{a^2}{|a^2|} + \frac{a^3}{|a^3|}$ 的值是 []

A. 3或-1 B. -3或1 C. 3或1 D. -3或-1

5. 若 a, b, c 为三角形的三条边长, 则 $-(a+b+c) + a-b-c - b-c-a + c-b-a = []$

A. $2(a-b-c)$ B. $2(b-a-c)$ C. $2(c-a-b)$ D. $2(a+b-c)$

6. 如图19, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle B$ 的平分线与 $\angle C$ 的外角平分线相交于 D , $\angle D = 40^\circ$, 则 $\angle A = []$

A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

7. 已知实数 a, b 满足条件 $a^2 + b^2 + a^2b^2 = 4ab - 1$, 则 []

A. $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$

8. 某项工程, 甲单独做需 a 天, 在甲做了 c 天 ($c < a$) 后, 剩下工作由乙

单独完成还需 b 天, 若开始就由甲、乙两人共同合做, 则完成任务需 [] 天

A. $\frac{c}{a+b}$ B. $\frac{ab}{a+b-c}$ C. $\frac{a+b-c}{2}$ D. $\frac{bc}{a+b+c}$

9. 如图20, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=m$, P 为 BC 上任意一点, 则 $PA^2 + PB \cdot PC$ 的值为 []

A. m^2 B. m^2+1 C. $2m^2$ D. $(m+1)^2$

10. 如图21, $\triangle ABC$ 的面积为 18cm^2 , 点 D, E, F 分别位于 AB, BC, CA 上. 且 $AD=4\text{cm}$, $DB=5\text{cm}$. 如果 $\triangle ABE$ 的面积和四边形 $DBEF$ 的面积相等, 则 $\triangle ABE$ 的面积是 []

A. 8cm^2 B. 9cm^2 C. 10cm^2 D. 12cm^2

二、A组填空题

1. 化简: $\sqrt{625} - \sqrt{\frac{36}{169}} \cdot \sqrt{0.25} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 算: $(10 + \frac{1}{100} + 0.001)^2 - (0.01 + \frac{1}{1000} - 10)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 化简 $1+x+x(1+x)+x(1+x)^2+\dots+x(1+x)^{1995}$, 得到 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. 若 n 满足 $(n-1994)^2 + (1995-n)^2 = 1$, 则 $(1995-n)(n-1994) = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 如图22, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB > 90^\circ$, $\angle B = 25^\circ$, $CD \perp BC$ 于点 C , $BD = 2AC$, 点 E 在 BC 的延长

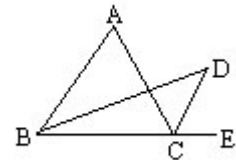


图 19

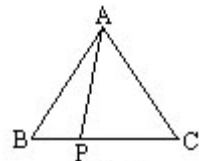


图 20

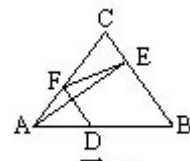


图 21

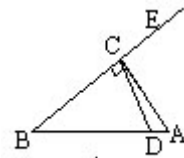


图 22

线上, 则 $\angle ACE$ 的大小是_____.

6. 在一个凸 n 边形 ($n > 3$) 的 n 个外角中, 其中最多有_____个钝角.

7. 如图23, 沿 AE 折叠长方形 $ABCD$, 使 D 点落在 BC 边的点 F 处, 若 $AB=12\text{cm}$, $BC=13\text{cm}$, 则 FC 的长度是_____.

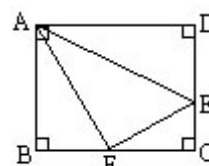


图 23

8. 已知 a, b, c, d 是四个不相等的正数, 其中 a 最大, d 最小, 且满足条件 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 则 $a+d$ 与 $b+c$ 的大小关系为_____.

9. 若方程 $\frac{x-b}{a} = 2 - \frac{x-a}{b}$ 有唯一解, 则 a 与 b 应满足的条件是_____.

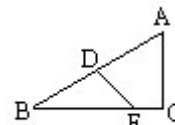


图 24

10. 有 5 根木条, 其中 2 根完全相同, 长 8cm , 另外 3 根分别长 4cm , 10cm , 12cm , 用其中 3 根组成一个三角形, 则选择的办法有_____种.

三、B 组填空题

1. 一个自然数 n 减去 59 之后是一个完全平方数, 加上 30 之后仍是一个完全平方数, 则 $n =$ _____.

2. 已知 x 是实数, 并且 $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$, 则 $x^{1994} + x^{1997} + x^{2000}$ 的值是_____.

3. 如图24, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, DE 是 AB 的中垂线, $AB = 2AC$, 且 $BC = 18\text{cm}$, 则 BE 的长度是_____.

4. 如图25, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$, AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于 D , $DE \perp AB$ 于 E , 且 $AB = 10\text{cm}$, 则 $\triangle DEB$ 的周长是_____.

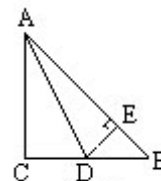


图 25

5. 已知 $x = 2 - \sqrt{5}$, 那么 $x^4 - 8x^3 + 16x^2 - x + 1$ 的值是_____.

6. 化简: $\left(\frac{1}{a^2 - a + 1} - \frac{1 - a}{a^3 - 1} \right) \div \frac{a^4 - a^2 - 2}{(a^6 - 1) - (a^4 + a^2 + 1)} =$ _____.

7. 已知 $\frac{1}{x+2y} = \frac{4}{y-x} = \frac{3}{2x+1}$, 则 $\frac{23}{3}(y-x)$ 的值是_____.

8. 已知 a, b, c, d 是四个两两不等的正整数, 它们的乘积 $abcd = 1995$, 则 $a+b+c+d$ 的最大值是_____.

9. 如图26, 平行四边形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$, $AF \perp DC$, $AB : AD = 2 : 3$, $\angle BAD = 2\angle ABC$, 则 $FC : FD =$ _____.

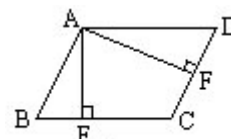


图 26

10. 如图27, 两圆半径均为 1, 且图中两块阴影部分的面积相等, 那 OC_1 的长度是_____.

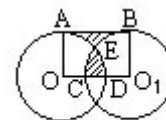


图 27