

第八届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第1试

一、选择题：

1. 下列四个从左到右的变形中，是因式分解的是 []

A. $(x+1)(x-1)=x^2-1$ B. $(a-b)(m-n)=(b-a)(m-n)$

C. $ab-a-b+1=(a-1)(b-1)$ D. $m^2-2m-3=m(m-2-\frac{3}{2})$

2. 关于x的方程 $(5-2a)x=-2$ 的根是负数，那么a所能取的最大整数是 []

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

3. 直角三角形的两个锐角的外角平分线所夹的锐角的大小是 []

A. 30° B. 45° C. 60° D. 15° 或 75°

4. P是线段AB上的一点， $AB=1$ ，以AP和BP为边分别作两个正方形，当这两个正方形的面积的差的绝对值为 $\frac{1}{2}$ 时，AP的长是 []

A. $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{5}$ 或 $\frac{4}{5}$ D. $\frac{2}{7}$ 或 $\frac{5}{7}$

5. 若a使分式 $\frac{a^2-4}{1+\frac{1+3a}{2a}}$ 没有意义，那么a的值应是 []

A. 0 B. $-\frac{1}{3}$ 或 0 C. ± 2 或 0 D. $-\frac{1}{5}$ 或 0

6. 已知四个代数式：① $m+n$ ；② $m-n$ ；③ $2m+n$ ；④ $2m-n$ 。当用 $2m^2n$ 乘以上述四个式中的两个时，便得到多项式 $4m^4n-2m^3n^2-2m^2n^3$ ，那么这两个式子的编号是 []

A. ①与② B. ①与③ C. ②与③ D. ③与④

7. $\triangle ABC$ 中， $AB=5$ ， $AC=3$ ，则BC边上的中线AD的长l的取值范围是 []

A. $1 < l < 4$ B. $3 < l < 5$ C. $2 < l < 3$ D. $0 < l < 5$

8. A、B、C为平面上的三点， $AB=2$ ， $BC=3$ ， $AC=5$ ，则可以画一个圆 []

A. 使A、B、C都在圆周上 B. 使A、B在圆周上，C在圆内

C. 使A、C在圆周上，B在圆外 D. 可以画一个圆，使A、C在圆周上，B在圆内

9. 已知：m、n是整数， $3m+2=5n+3$ ，且 $3m+2 > 30$ ， $5n+3 < 40$ ，则mn的值是 []

A. 70 B. 72 C. 77 D. 84

10. 甲、乙两种茶叶，以x:y（重量比）相混合制成一种混合茶，甲种茶叶的价格每公斤50元，乙种茶叶的价格每公斤40元，现在甲种茶叶的价格上调了10%，乙种茶叶的价格下调了10%，但混合茶的价格不变，则x:y等于 []

A. 1:1 B. 5:4 C. 4:5 D. 5:6

二、A组填空题

11. 已知 $x \neq 0$ ，化简 $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 所得的结果是_____。

12. 五个连续奇数的平均数是1997，那么其中最大数的平方减去最小数的平方等于_____。

13. 现有8根木棍，它们的长分别是1，2，3，4，5，6，7，8，若从8根木棍中抽取3根拼三角形，要求三角形的最长边为8，另两边之差大于2（以上单位：厘米）。那么可以拼成的不同的三角形的种数为_____。

14. 如图1, $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线交BC于D, 且 $CD=15$, $AC=30$, 则AB的长为_____.

15. 已知 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$, 那么 $\frac{x^2 - 2y^2 + 3z^2}{xy + 2yz + 3zx}$ 的值是_____.

16. 已知: $a=-2000$, $b=1997$, $c=-1995$, 那么 $a^2+b^2+c^2+ab+bc-ac$ 的值是_____.

17. 如图2, $\triangle ABC$ 中, $\angle 1=\angle 2$, $\angle EDC=\angle BAC$, $AE=AF$, $\angle B=60^\circ$, 则图中的线段AF、BF、AE、EC、AD、BD、DC、DF中与DE的长相等的线段有_____条.

18. 如图3, $\angle A=60^\circ$, 线段BP、BE把 $\angle ABC$ 三等分, 线段CP、CE把 $\angle ACB$ 三等分, 则 $\angle BPE$ 的大小是_____.

19. 已知 $a \neq 0, b \neq 0$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2(a+b)}{a^2+b^2} = 0$, 那么 $\frac{a}{b}$ 的值是_____.

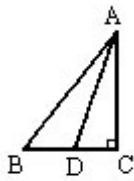


图1

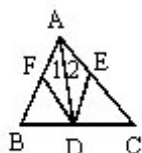


图2

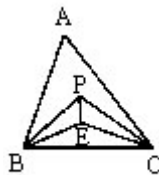


图3

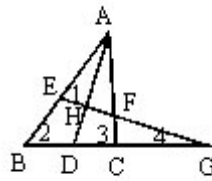


图4

20. 某仓库贮存水果a吨, 为保证每天供应市场20吨, 则需每天从外地调入b吨水果, 现实际调入量每天多了2吨, 而市场每天供应量不变, 那么比原来多供应的天数是_____ (用a、b表示).

三、B组填空题

21. 若 $|a| - |b| = 1$, 且 $3|a| = 4|b|$, 则在数轴上表示a、b两数对应的点的距离是_____或_____.

22. $\triangle ABC$ 的周长为19, 且满足 $a=b-1$, $c=b+2$, 则a、b、c的长分别为 $a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____.

23. x、y为实数, 且 $x^2 + \frac{y^2}{2} + 4 \leq xy + 2y$, 则 $x=$ _____, $y=$ _____.

24. 如图4, $\triangle ABC$ 中, AD平分 $\angle BAC$, $EG \perp AD$, 分别交AB、AD、AC、BC的延长线于E、H、F、G, 已知下列四个式子: (1) $\angle 1 = \frac{1}{2}(\angle 2 + \angle 3)$ (2) $\angle 1 = 2(\angle 3 - \angle 2)$ (3) $\angle 4 = \frac{1}{2}(\angle 3 - \angle 2)$

(4) $\angle 4 = \frac{1}{2}\angle 1$ 其中有两个式子是正确的, 它们是_____和_____.

25. 已知 $abc \neq 0$, 且 $\frac{a+b-c}{c} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{-a+b+c}{a}$, 则 $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$ 的值是_____或_____.