

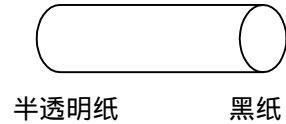
## 第十五届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第1试

一、选择题（每小题4分，共40分）

1、小伟自制了一个孔成像演示仪，如图所示，在一个圆纸筒的两端分别用半透明纸和黑纸封住，并用针在黑纸的中心刺出一个小孔。小伟将有黑纸的一端正对着竖直放置的“ ”形状的光源，则他在半透明纸上观察到的像的形状是

(A) (B) (C) (D)



2、代数式  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2+1} + \frac{4x^3}{x^4+1}$  的化简结果是

(A)  $\frac{8x^5}{x^8-1}$  (B)  $\frac{8x^4}{x^8-1}$  (C)  $\frac{4x^7}{x^8-1}$  (D)  $\frac{8x^7}{x^8-1}$

3、已知  $x$  是实数，且  $(x^2 - 9x + 20)\sqrt{3-x} = 0$ ，那么  $x^2 + x + 1 =$

(A) 31 (B) 21 (C) 13 (D) 13 或 21 或 31

4、已知  $a, b$  ( $a > b$ ) 是两个任意质数，那么下列四个分数

①  $\frac{ab}{a+b}$ ；②  $\frac{b-a}{b+a}$ ；③  $\frac{b^2-a^2}{a^2+b^2}$ ；④  $\frac{ab}{a^2+b^2}$  中总是最简分数的有

(A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

5、Given  $p, q$  are real numbers, and  $p+2q=0$  ( $q \neq 0$ ), then the value of

$\left| \frac{p}{q} - 1 \right| + \left| \frac{p}{q} - 2 \right| + \left| \frac{p}{q} - 3 \right|$  is

(A) 4 (B) 6 (C) 3 (D) 4 or 6

6、某出版社计划出版一套百科全书，固定成本为8万元，每印制一套需增加成本20元。若每套定价100元，卖出后有3成给承销商，出版社要盈利10%，则该书至少应发行（精确到千位）

(A) 2千套 (B) 3千套 (C) 4千套 (D) 5千套

7、 $\triangle ABC$  的三个内角  $\angle A, \angle B, \angle C$ ，满足  $3\angle A > 5\angle B, 3\angle C \leq \angle B$ ，则这个三角形是

(A) 锐角三角形 (B) 直角三角形 (C) 钝角三角形 (D) 等边三角形

8、正方形  $ABCD$  的面积为256，点  $E$  在线段  $AD$  上，点  $F$  在线段  $AB$  的延长线上， $EC \perp FC$ ， $\triangle CEF$  的面积是200，则  $BF$  的长是

(A) 15 (B) 12 (C) 11 (D) 10

9、在四边形  $ABCD$  中， $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ，点  $E, F$  分别是对角线  $AC, BD$  的中点，则

(A)  $EF \perp BD$  (B)  $\angle AEF = \angle ABD$  (C)  $EF = \frac{1}{2}(AB+BC)$  (D)  $EF = \frac{1}{2}(AB-BC)$

10、 $[x]$  表示不大于  $x$  的最大整数，则  $\frac{[\sqrt{1 \times 2}] + [\sqrt{2 \times 3}] + \dots + [\sqrt{2003 \times 2004}]}{1002} =$

(A) 1001 (B) 2003 (C) 2004 (D) 1002

二、A组填空题（每小题4分，共40分。含两个空的小题，每个空2分。）

11、计算： $\frac{2003^2 - 4004 \times 2003 + 2002 \times 4008 - 2003 \times 2004}{2003^2 - 3005 \times 2003 + 2003 \times 2005 + 2005 \times 3005} =$ \_\_\_\_\_。

12、已知  $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ ， $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ ，则  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} =$ \_\_\_\_\_。

13、已知是  $a, b, c$  三个实数，且  $a$  与  $b$  的平均数是 127， $b$  与  $c$  的和的三分之一是 78， $c$  与  $a$  的和的四分之一是 52，那么  $a, b, c$  的平均数是\_\_\_\_\_。

14、Given in the  $\triangle ABC$ ,  $a, b, c$  are three sides of the triangle,  $a=3, b=10$  and perimeter of the triangle is multiple of 5, then the length of  $c$  is \_\_\_\_\_。

(英汉小词典: side: 边; perimeter: 周长; multiple: 倍数)

15、某学校有学生 2000 名，从中随意询问 200 名，调查收看电视的情况，结果如下表:

每周收看电视的时间 $t$ (小时)	$0 < t \leq 2$	$2 < t \leq 4$	$4 < t \leq 6$	$6 < t \leq 8$	$t > 8$
人数	15	47	78	41	19

则全校每周收看电视不超过 6 小时的人数约为\_\_\_\_\_。

16、等腰梯形  $ABCD$  的面积是 49 平方厘米， $AD \parallel BC$ ，且  $AC \perp BD$ ， $AF \perp BC$ ，则  $BD =$ \_\_\_\_\_平方厘米， $AF =$ \_\_\_\_\_平方厘米。

17、方程  $\frac{|x-3|-|x+1|}{2|x+1|} = 1$  的解是  $x =$ \_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_。

18、已知  $x, y, z$  是三个互不相同的非零实数，设  $a = x^2 + y^2 + z^2$ ， $b = xy + yz + zx$ ， $c = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$ ，

$d = \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}$ ，则  $a$  和  $b$  的大小关系是\_\_\_\_\_； $c$  和  $d$  的大小关系是\_\_\_\_\_。

19、已知  $a, b, c$  均为实数，且  $a + b = 4$ ， $2c^2 - ab = 4\sqrt{3}c - 10$ ；那么  $ab =$ \_\_\_\_\_。

20、小明做数学题时，发现  $\sqrt{1-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ ， $\sqrt{2-\frac{1}{2}} = 2\sqrt{\frac{2}{5}}$ ， $\sqrt{3-\frac{1}{2}} = 3\sqrt{\frac{3}{10}}$ ， $\sqrt{4-\frac{1}{2}} = 4\sqrt{\frac{4}{17}}$ ...按上述规律，第 5 个等式是\_\_\_\_\_；第  $n$  个等式是\_\_\_\_\_。

三、B 组填空题 (每小题 8 分，共 40 分。每题两个空，每个空 4 分。)

21、一个三位自然数，当它分别被 2、3、4、5、7 除时，余数都是 1，具有这个性质的三位数中，最小是\_\_\_\_\_；最大是\_\_\_\_\_。

22、一个直角三角形的三条边长均为整数，已知它的一条直角边的长为 15，那么另一条直角边的长有\_\_\_\_\_种可能，其中最大值是\_\_\_\_\_。

23、已知  $p, q, pq+1$  都是质数， $p - q > 40$ ，那么满足以上条件的最小质数  $p =$ \_\_\_\_\_； $q =$ \_\_\_\_\_。

24、用 1、2、3、4、5 这五个数字可以组成 60 个没有重复数字的三位数，这 60 个三位数的和是\_\_\_\_\_；这个和除以 111，得到的商是\_\_\_\_\_。

25、正方形  $BCDE$  的边长为  $2a$ ， $F$  是  $BE$  的中点，以  $BF$  为一边在正方形  $BCDE$  的外部作正方形  $BFGA$ ，连接  $CE$  和  $CG$ ，则凹四边形  $CEFG$  的面积是\_\_\_\_\_； $CE$  和  $CG$  的大小关系是\_\_\_\_\_。