

## 第十六届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第1试

2005年3月20日 上午8:30至10:00

一、选择题(每小题4分,共40分)

1、 $\frac{1-2+3-4+\dots-14+15}{-2+4-6+8-\dots+28-30}$  等于

A.  $\frac{1}{4}$       B.  $-\frac{1}{4}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$

2、已知  $x=3$  是不等式  $mx+2 < 1-4m$  的一个解,如果  $m$  是整数,那么  $m$  的最大值是

A. -1      B. 0      C. 1      D. -2

3、一个两位质数的个位数字和十位数字交换位置后,所得数比原数大9,这样的两位质数有

A. 1个      B. 3个      C. 5个      D. 6个

4、有三组数  $x_1, x_2, x_3$ ;  $y_1, y_2, y_3$ ;  $z_1, z_2, z_3$ , 它们的平均数分别是  $a, b, c$ , 那么  $x_1 + y_1 - z_1$ ,  $x_2 + y_2 - z_2$ ,  $x_3 + y_3 - z_3$  的平均数是

A.  $\frac{a+b+c}{3}$       B.  $\frac{a+b-c}{3}$       C.  $a+b-c$       D.  $3(a+b-c)$

5、已知  $A = \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3+1} + \frac{1}{2^3+2} + \dots + \frac{1}{2^4-1}$ , 则  $A$  与 1 的大小关系是

A.  $A > 1$       B.  $A = 1$       C.  $A < 1$       D. 无法确定的

6、Given in the  $\triangle ABC$ ,  $a, b, c$  are three sides of the triangle, and  $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} + \frac{1}{c}$ , then  $\angle A$  is

A. acute angle      B. right angle      C. obtuse angle      D. acute angle or obtuse angle

(英汉词典 acute angle: 锐角; obtuse angle: 钝角)

7、点  $D$  是  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上一点,如果  $AB=AD=2$ ,  $AC=4$ , 且  $BD:DC=2:3$ , 则  $\triangle ABC$  是

A. 锐角三角形      B. 直角三角形      C. 钝角三角形      D. 锐角三角形或直角三角形

8、已知  $a < b < c < 0$ , 则  $\frac{a}{b+c}$ ,  $\frac{b}{c+a}$ ,  $\frac{c}{a+b}$  的大小关系是

A.  $\frac{a}{b+c} < \frac{b}{c+a} < \frac{c}{a+b}$       B.  $\frac{a}{b+c} < \frac{c}{a+b} < \frac{b}{c+a}$       C.  $\frac{b}{c+a} < \frac{a}{b+c} < \frac{c}{a+b}$       D.  $\frac{c}{a+b} < \frac{b}{c+a} + \frac{a}{b+c}$

9、某人月初用  $x$  元人民币投资股票,由于行情较好,他的资金每月都增加  $\frac{1}{3}$ , 即使他每月末都

取出 1000 元用于日常开销,他的资金仍然在三个月后增长了一倍,那么  $x$  的值是

A. 9000      B. 10000      C. 11000      D. 11100

10、判断下列命题的真假:

甲:在边长为 1 的正三角形中(包括边界)的任意四个点,必有两点的距离不大于  $\frac{1}{2}$ .

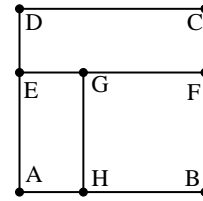
乙:在边长为 1, 一个内角为  $60^\circ$  的菱形中(包括边界)的任意六个点,必有两点的距离不大于  $\frac{1}{2}$ .

那么正确的结论是

A. 甲真乙真      B. 甲真乙假      C. 甲假乙真      D. 甲假乙假

二、A 组填空题(每小题4分,共40分)

11、计算： $\left(\frac{7}{3}\right)^{1998} \times \frac{3^{2000} + 15^{2000}}{7^{2000} + 35^{2000}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



12、分解因式： $ab(a+b)^2 - (a+b)^2 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13、已知质数  $p$  与  $q$  满足  $3p+7q=41$ ，则  $(p+1)(q-1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14、将直径  $AB=1$  的半圆形纸片平放在桌面上，然后让它绕直径的一个端点旋转到某个位置，这时它扫过的面积为  $\frac{5\pi}{8}$ ，则直径  $AB$  旋转的角度为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15、如图，从一个边长为  $a$  的正方形纸片  $ABCD$  中剪去一个宽为  $b$  的长方形  $CDEF$ ，再从剩下的纸片中沿平行短边的方向剪去一个边长为  $c$  的正方形  $BFHG$ ，若长方形  $CDEF$  与  $AGHE$  的面积比是  $3:2$ ，那么  $\frac{b}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；正方形  $BFHG$  与正方形  $ABCD$  的面积比是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16、已知  $a$  是整数， $x, y$  是方程  $x^2 - xy - ax + ay + 1 = 0$  的整数解，则  $x - y = \underline{\hspace{2cm}}$  或  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

17、A、B、C 三种服装的进价分别是 30 元、40 元、50 元，售价分别是 35 元、 $m$  元、60 元，经核算，三种服装的总利润相同，且 A、B 两种服装的销售量之和 C 服装销售量的 4 倍，橙子奥数工作室录入暗记，则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ；A、B、C 三种服装的销售量之比是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

18、已知  $x = \frac{a+b}{a-b}$ ， $y = \frac{a-b}{a+b}$  ( $a \neq \pm b$ )，且  $19x^2 + 143xy + 19y^2 = 2005$ ，则  $x + y = \underline{\hspace{2cm}}$  或  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

19、已知一个两位整数  $\overline{ab}$  的五次方是一个六位数，且最高位的数字与个位数字都是 3，那么  $\overline{ab} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；中间的四个数字之和是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

20、In figure 4, five points A, B, C, D, E are located on a line.

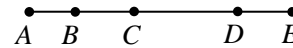


Figure 4

When the ten distances between pairs are listed from smallest to

largest, the list reads: 2, 4, 5, 7, 8,  $k$ , 13, 15, 17, 19. Then the value of  $k$  is  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

三、B 组填空题 (每小题 8 分，共 40 分)

21、在公式  $y = kx + b$  ( $k, b$  为常数) 中，当  $-3 \leq x \leq 1$  时， $1 \leq y \leq 9$ ，则  $2k - b$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$  或  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

22、已知方程  $x + \frac{1}{x} = c + \frac{1}{c}$  ( $c$  是常数， $c \neq 0$ ) 的解是  $c$  或  $\frac{1}{c}$ ，那么方程  $x + \frac{1}{4x-6} = \frac{a^2+3a+1}{2a}$  ( $a$  是常数，且  $a \neq 0$ ) 的解是  $\underline{\hspace{2cm}}$  或  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

23、已知  $\triangle ABC$  的某两个内角的比是  $4:7$  且  $AB=AC$ ， $BD \perp AC$  于  $D$ ，橙子奥数工作室录入暗记， $BE$  平分  $\angle ABC$  交  $AC$  于  $E$ ，则  $\angle EBD$  的大小是  $\underline{\hspace{2cm}}$  或  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

24、已知正  $\triangle ABC$  的面积是 1， $P$  是平面上一点，并且  $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 、 $\triangle PCA$  的面积相等，那么满足条件的点  $P$  共有  $\underline{\hspace{2cm}}$  个； $\triangle PAB$  的面积是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

25、某靶场有红、绿靶标共 100 个，其中红靶标的数量不到绿靶标数量的  $\frac{1}{3}$ 。若打中一个红靶标得 10 分，打中一个绿靶标得 8.5 分，小明打中了全部绿靶标和部分红靶标，在计算他所得的总分时，发现总分与红靶标的总数无关 (包括打中的和没有打中的)，则靶场有红靶标  $\underline{\hspace{2cm}}$  个，打中的红靶标的个数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。