

第十七届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第1试

2006年3月19日 上午:30至10:00

一、选择题(每小题4分,共40分).

1. 实数 $m = 2005^3 - 2005$, 下列各数中不能整除 m 的是

- A、2006 B、2005 C、2004 D、2003

2. a, b, c, d 是互不相等的正整数, 且 $abcd = 441$, 那么 $a + b + c + d$ 的值是

- A、30 B、32 C、34 D、36

3. 三角形三边的长都是正整数, 其中最长边的长为10, 这样的三角形有

- A、55种 B、45种 C、40种 D、30种

4. 若实数 m, n 满足 $m^2 + 2n^2 + m - \frac{4}{3}n + \frac{17}{16} = 0$, 则 $-mn^2$ 的平方根是

- A、 $\sqrt{2}/6$ B、 $\pm\sqrt{2}/6$ C、 $1/6$ D、 $\pm 1/6$

5. 某校初一、初二级的学生人数相同, 初三年级的学生人数是初二级学生人数的 $4/5$. 已知初一年级的男生人数与初二级的女生人数相同, 初三级男生人数占三个年级男生人数的 $1/4$, 那么三个年级女生人数占三个年级学生人数的

- A、 $9/19$ B、 $10/19$ C、 $11/21$ D、 $10/21$

6. 如图1, 点 E, F, G, H, M, N 分别在 ABC 的 BC, AC, AB 边上, 且 $NH \parallel MG \parallel BC, ME \parallel NF \parallel AC, GF \parallel EH \parallel AB$. 有黑、白两只蚂蚁, 它们同时同速从 F 点出发, 黑蚁沿路线 $F \rightarrow N \rightarrow H \rightarrow E \rightarrow M \rightarrow G \rightarrow F$ 爬行, 白蚁沿路线 $F \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow F$ 爬行, 那么

- A、黑蚁先回到 F 点 B、白蚁先回到 F 点 C、两只蚂蚁同时回到 F 点 D、以上都不对

7. 一个凸多边形截去一个角后形成的多边形的内角和是 2520° , 则原多边形的边数是

- A、14 B、15 C、15或16 D、15或16或17

8. Let a be integral part of $\sqrt{2}$ and b be its decimal part. Let c be the integral part of π and d be the decimal part. if $ad - bc = m$, then

- A、 $-2 < m < -1$ B、 $-1 < m < 0$ C、 $0 < m < 1$ D、 $1 < m < 2$

(英汉词典: integral part 整数部分; decimal part 小数部分)

9. 对 a, b , 定义运算“ $*$ ”如下: $a * b = \begin{cases} a^2 b, & \text{当 } a \geq b \text{ 时} \\ ab^2, & \text{当 } a < b \text{ 时} \end{cases}$ 已知 $3 * m = 36$, 则实数 m 等于

- A、 $2\sqrt{3}$ B、4 C、 $\pm 2\sqrt{3}$ D、4或 $\pm 2\sqrt{3}$

10. 将连续自然数 $1, 2, 3, \dots, n (n \geq 3)$ 的排列顺序打乱, 重新排列成 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. 若 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3) \dots (a_n - n)$ 恰为奇数, 则 n

- A、一定是偶数 B、一定是奇数
C、可能是奇数, 也可能是偶数 D、一定是 $2^m - 1$ (m 是奇数)

二、A组填空题(每小题4分,共40分)

11. 已知 a, b 都是实数, 且 $a = \frac{x+3}{4}, b = \frac{2x+1}{3}, b < \frac{7}{3} < 2a$, 那么实数 x 的取值范围是_____.

12. 计算 $\sqrt{2005 \times 2006 \times 2007 \times 2008 + 1} - 2006^2$ 的结果是_____.

13. 已知 $x = 2\sqrt{2} + 1$, 则分式 $\frac{x^2 - 2x - 9}{x^3 - 11x - 15}$ 的值等于_____.

14. 一个矩形各边的长都是正整数, 且它的面积的数量等于其周长的量数的2倍, 这样的矩形有_____个.

15. Suppose that in Fig.2, the length of side of square $ABCD$ is 1, E and F are mid-points of CD and AD respectively, GE and CF intersect at a point P . Then the length of line segment CP is_____.

(英汉词典: length 长度; square 正方形; mid-point 中点; intersect 相交; line segment 线段)

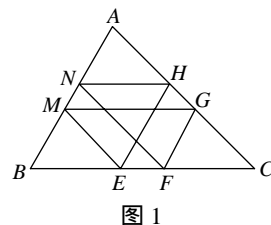


图1

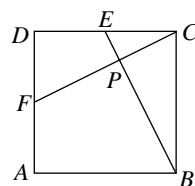


图2

16. 要使代数式 $\frac{\sqrt{3-|x+1|}}{\sqrt{|x-1|-2}}$ 有意义, 实数 x 的取值范围是_____.

17. 图 3 的梯形 $ABCD$ 中, F 是 CD 的中点, $AF \perp AB$, E 是 BC 边上的一点, 且 $AE = BE$. 若 $AB = m$ (m 为常数), 则 EF 的长为_____.

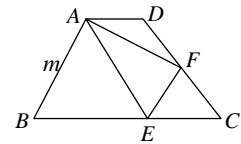


图 3

18. A, n 都是自然数, 且 $A = n^2 + 15n + 26$ 是一个完全平方数, 则 n 等于_____.

19. 一个长方体的长、宽、高均为整数, 且体积恰好为 2006 cm^3 , 现将它的表面积涂上红色后, 再切割成边长为 1 cm 的小正方体, 如果三面为红色的小正方体有 178 个, 则恰有两面为红色的小正方体有_____个.

20. 一条信息可以通过如图 4 所示的网络按箭头所指方向由上往下传送, 例如到达点 C_2 的信息可经过 B_1 或 B_2 送达, 共有两条途径传送, 则信息由 A 点传送到 E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 的不同途径共有_____条.

三、B 组填空题 (每小题 8 分, 共 40 分. 每小题两个空, 每空 4 分.)

21. 某学校有小学六个年级, 每个年级 8 个班; 初中三个年级, 每个年级 8 个班; 高中三个年级, 每个年级 12 个班. 现要从中抽取 27 个班做调查研究, 使得各种类型的班级抽取的比例相同, 那么小学每个年级抽取_____个班, 初中每个年级抽取_____个班.

22. 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2, AB \perp BC$, 其面积为 S , 则沿其对称轴折叠后所得的新矩形的对角线长为_____或_____.

23. 已知 m, n, l 都是两位正整数, 且它们不全相等, 它们的最小公倍数是 385, 则 $m+n+l$ 的最大值是_____, 最小值是_____.

24. 某工程的施工费用不得超过 190 万元. 该工程若由甲公司承担, 需用 20 天, 每天付费 10 万元; 若由乙公司承担, 需用 30 天, 每天付费 6 万元. 为缩短工期, 决定由甲公司先工作 m 天, 余下的工作由乙公司完成, 那么 $m =$ _____, 完工共需要_____天.

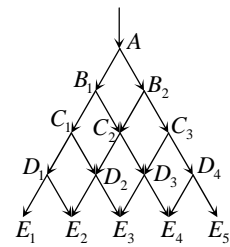


图 4

25. 将 2006 写成 $n (n \geq 3)$ 个连续自然数的和, 请你写出两个表达式:

(1) _____; (2) _____.

简略答案: DBDBC CDAAA; 11、 $5/3 < x < 3$; 12、2005; 13、2; 14、3; 15、 $\sqrt{5}/5$; 16、 $-4 < x < -1$; 17、 $m/2$; 18、23; 19、1824; 20、16; 21、2, 2; 22、 $\sqrt{S^2+4}/2$, $\sqrt{S^2+64}/4$; 23、209, 57; 24、10, 25; 25、不唯一