第一届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第2试

一、选择题：（每题1分，共5分）

1.等腰三角形周长是24cm，一腰中线将周长分成5：3的两部分，那么它的底边长是 [ ]

A. 7.5 B. 12 C. 4 D. 12或4

2.已知 $P=\sqrt{1988\times1989\times1990\times1991+1}+(-1989)^2$，那么P的值是 [ ]

A. 1987 B. 1988 C. 1989 D. 1990

3. a＞b＞c，x＞y＞z，M=ax+by+cz，N=az+by+cx，P=ay+bz+cx，Q=az+bx+cy，则有 [ ]

A. M＞P＞N且M＞Q＞N B. N＞P＞M且N＞Q＞M

C. P＞M＞Q且P＞N＞Q D. Q＞M＞P且Q＞N＞P

4.凸四边形ABCD中，∠DAB=∠BCD=90^0，∠CDA：∠ABC=2：1，AD：CB=1：$\sqrt{3}$，则∠BDA= [ ]

A. 30° B. 45° C. 60° D. 不能确定

5. 把一个边长为1的正方形分割成面积相等的四部分，使得在其中的一部分内存在三个点，以这三个点为顶点可以组成一个边长大于1的正三角形，满足上述性质的分割 [ ]

A. 是不存在的 B. 恰有一种 C. 有有限多种，但不只是一种 D. 有无穷多种

二、填空题：（每题1分，共5分）

1. △ABC中，∠CAB -∠B = 90°，∠C的平分线与AB交于L，∠C的外角平分线与BA的延长线交于N. 已知 CL = 3，则CN = _____.

2. 若 $\sqrt{a-1}+(ab-2)^2=0$，则 $\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\cdots+\frac{1}{(a+1990)(b+1990)}$ 的值是_____.

3. 已知a，b，c满足a+b+c=0，abc=8，则c的取值范围是_____.

4. △ABC中，∠B=30^0，AB=$\sqrt{5}$，BC=$\sqrt{3}$，三个两两互相外切的圆全在△ABC中，这三个圆面积之和的最大值的整数部分是_____.

5. 设a,b,c是非零整数，那么 $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{ab}{|ab|}+\frac{ac}{|ac|}+\frac{bc}{|bc|}+\frac{abc}{|abc|}$ 的值等于_____.

三、解答题：（每题5分，共15分）

1. 从自然数1，2，3…，354中任取178个数，试证：其中必有两个数，它们的差是177.

2. 平面上有两个边长相等的正方形 ABCD 和 $A'B'C'D'$，且正方形 $A'B'C'D'$ 的顶点 A' 在正方

形ABCD的中心．当正方形 $A'B'C'D'$ 绕 A' 转动时，两个正方形的重合部分的面积必然是一个定值．这个结论对吗？证明你的判断.

3．用1，9，9，0四个数码组成的所有可能的四位数中：任何一个与自然数n之和被7除余数都不为1.将所有满足上述条件的自然数n由小到大排成一列$n_1 < n_2 < n_3 < n_4 < \cdots$

试求：$n_1 \cdot n_2$之值.