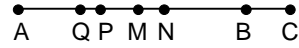


第二届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第2试

一、选择题：(每题1分，共10分)

1. 如图已知B是线段AC上的一点，M是线段AB的中点，N为线段AC的中点，P为NA的中点，Q为MA的中点，则MN:PQ等于 []



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 两个正数m, n的比是t(t>1). 若m+n=s, 则m, n中较小的数可以表示为 []

A. ts B. -ts C. $\frac{ts}{1+s}$ D. $\frac{s}{1+t}$

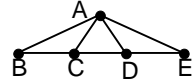
3. $y > 0$ 时, $\sqrt{-x^3y}$ 等于 []

A. $-x\sqrt{xy}$ B. $x\sqrt{xy}$ C. $-x\sqrt{-xy}$ D. $x\sqrt{-xy}$

4. $(x+a)(x+b)+(x+b)(x+c)+(x+c)(x+a)$ 是完全平方式, 则a, b, c的关系可以写成 []

A. $a < b < c$ B. $(a-b)^2 + (b-c)^2 = 0$ C. $c < a < b$ D. $a = b = c$

5. 如图: $AC = CD = DA = BC = DE$. 则 $\angle BAE$ 是 $\angle BAC$ 的 []



A. 4倍 B. 3倍 C. 2倍 D. 1倍

6. D是等腰锐角三角形ABC的底边BC上一点, 则AD, BD, CD满足关系式 []

A. $AD^2 = BD^2 + CD^2$ B. $AD^2 > BD^2 + CD^2$ C. $2AD^2 = BD^2 + CD^2$ D. $2AD^2 > BD^2 + CD^2$

7. 方程 $|x^2 - 1| = \frac{1}{10}(x + \frac{9}{10})$ 的实根个数为 []

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

8. 能使分式 $\frac{x^3}{y} - \frac{y^3}{x}$ 的值为 $112\sqrt{3}$ 的 x^2 、 y^2 的值是 []

A. $x^2 = 1 + \sqrt{3}$, $y^2 = 2 + \sqrt{3}$ B. $x^2 = 2 + \sqrt{3}$, $y^2 = 2 - \sqrt{3}$

C. $x^2 = 7 + 4\sqrt{3}$, $y^2 = 7 - 4\sqrt{3}$ D. $x^2 = 1 + 2\sqrt{3}$, $y^2 = 2 - \sqrt{3}$.

9. 在整数0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9中, 设质数的个数为x, 偶数的个数为y, 完全平方数的个数为z, 合数的个数为u. 则 $x+y+z+u$ 的值为 []

A. 17 B. 15 C. 13 D. 11

10. 两个质数a, b, 恰好是x的整系数方程 $x^2 - 21x + t = 0$ 的两个根, 则 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 等于 []

A. 2213 B. $\frac{58}{21}$ C. $\frac{2402}{49}$ D. $\frac{365}{38}$

二、填空题 (每题1分, 共10分)

1. $1989 \times 19911991 - 1991 \times 19891988 =$ _____.

2. 分解因式: $a^2 + 2b^2 + 3c^2 + 3ab + 4ac + 5bc =$ _____.

3. $(a^2 + ba + bc + ac) : [(b^2 + bc + ca + ab) : (c^2 + ca + ab + bc)]$ 的平方根是 _____.

4. 边数为a, b, c的三个正多边形, 若在每个正多边形中取一个内角, 其和为 180° , 那么

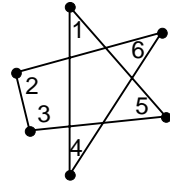
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \underline{\hspace{2cm}}$$

5. 方程组 $\begin{cases} x + ay = 5 \\ y - x = 1 \end{cases}$ 有正整数解, 则正整数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 从一升酒精中倒出 $\frac{1}{3}$ 升, 再加上等量的水, 液体中还有酒精 $\underline{\hspace{2cm}}$ 升; 搅匀后, 再倒出 $\frac{1}{3}$ 升混合液, 并加入等量的水, 搅匀后, 再倒出 $\frac{1}{3}$ 升混合液, 并加入等量的水, 这时, 所得混合液中还有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 升酒精.

7. 在四边形 ABCD 中, $AB=6$ 厘米, $BC=8$ 厘米, $CD=24$ 厘米, $DA=26$ 厘米. 且 $\angle ABC=90^\circ$, 则四边形 ABCD 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8. 如图: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = \underline{\hspace{2cm}}$.



9. $|x + \sqrt{2}| + |2x + 4\sqrt{3}|$ 的最小值的整数部分是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 已知两数积 $ab \neq 1$. 且 $2a^2 + 1234567890a + 3 = 0$, $3b^2 + 1234567890b + 2 = 0$, 则 $\frac{a}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: (每题5分, 共10分)

1. 已知两个正数的立方和是最小的质数. 求证: 这两个数之和不大于2.

2. 一块四边形的地(如图) ($EO \parallel FK$, $OH \parallel KG$) 内有一段曲折的水渠, 现在要把这段水渠 $EOHGKF$ 改成直的. (即两边都是直线) 但进水口 EF 的宽度不能改变, 新渠占地面积与原水渠面积相等, 且要尽可能利用原水渠, 以节省工时. 那么新渠的两条边应当怎么作? 写出作法, 并加以证明.

