第三届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第2试

一、选择题（每题1分，共10分）

1．$7328^2-7325^2=$ [ ]

A．47249 B．45829 C. 43959 D．44969

2．长方形ABCD中AB=2，BC=1，则长方形的内接三角形的面积总比数( )小或相等．

A．4/7 B．1 C.2/3 D．1/3

3．当x=6，y=8时，$x^6+y^6+2x^4y^2+2x^2y^4$的值是 [ ]

A．1200000–254000 B．1020000–250400

C．1200000–250400 D．1020000–254000

4．等腰三角形的周长为a(cm)．一腰的中线将周长分成5：3，则三角形的底边长为 [ ]

A．a/6 B．3a/5 C.a/6 或 8a/5 D．4a/5

5．适合方程：$\sqrt{x^2-2xy+y^2}+3x^2+6xz+2y+y^2+3z^2+1=0$的x,y,z的值必适合：[ ]

A．$\begin{cases}x+2y+3z=0\\2x-y+z=0\\x+y+z=0\end{cases}$ B．$\begin{cases}x+3y-2z=-6\\x+y+z=0\\2x-y+3z=2\end{cases}$ C．$\begin{cases}x+3y-2z=-6\\2x-y+z=0\\2x-y+3z=2\end{cases}$ D．$\begin{cases}x-y+z=0\\x+y-z=1\\-x+y+z=0\end{cases}$

6．四边形ABCD满足AB=$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，BC=1，∠A = ∠B= ∠C =30°则D点到AB的距离为：[ ]

A．1 B．1/2 C．1/4 D．1/8

7．在式子|x+1|+|x+2|+|x+3|+|x+4|中，用不同的x值代入，得到对应的值，在这些对应值中，最小的值是 [ ]

A．1 B．2 C．3 D．4

8．一个等腰三角形如图45．顶角为A,作∠A的三等三分线AD，AE（即∠1=∠2=∠3)，若BD=x，DE=y，EC=z，则有 [ ]

A．x>y>z B．x=z>y C．x=z<y D．x=y=z

9．已知方程$(a+1)x^2+(|a+2|-|a-10|)x+a=5$有两个不同的实根，则a可以是[ ]

A．5 B．9 C．10 D．11

10．没有找到。

二、填空题（每题1分，共10分）

1．方程$\sqrt[3]{x}=\dfrac{6}{1+\sqrt[3]{x}}$的所有根的和的植是_____．

2．已知$a+b=\sqrt{\sqrt{1992}+\sqrt{1991}}, a-b=\sqrt{\sqrt{1992}-\sqrt{1991}}$,那么 ab = _____．

3．在△ABC中，∠ACB=60°，∠BAC=75°，AD⊥BC于D，BE⊥AC于E，AD与BE交于H，则∠CHD=______．

4．已知$x=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$那么$\dfrac{3}{4}x^3+\dfrac{5}{2}x^2+\dfrac{5}{4}x+1=$_______．

5．已知边长为a的正方形ABCD，E为AD的中点，P为CE的中点，那么△BPD的面积的值是______．

6．已知 $x+y=4$，$xy=-4$ 那么 $\dfrac{x^3+y^3}{x^3-y^3}$=_____.

7．在正△ABC中，D为AC上一点，E为AB上一点，BD，CE相交于P，若四边形ADPE与△BPC的面积相等，那么∠BPE=______.

8．已知方程 $x^2-19x-150=0$ 的一个正根为 a，那么

$\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a+2}}+\dfrac{1}{\sqrt{a+2}+\sqrt{a+3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{a+1999}+\sqrt{a+2000}}$ =___.

9．某校男生若干名住校，若每间宿舍住4名，则还剩20名未住下；若每间宿舍住8名，则一部分宿舍未住满，且无空房，该校共有住校男生______名.

10．n是自然数，19n+14与10n+3都是某个不等于1的自然数d的倍数，则d=______.

三、解答题（写出推理、运算的过程及最后结果，每题5分，共10分）

1．若a，b，c，d＞0，证明：在方程

$\frac{1}{2}x^2+\sqrt{2a+d}\,x+\sqrt{cd}=0$，$\frac{1}{2}x^2+\sqrt{2b+c}\,x+\sqrt{da}=0$，$\frac{1}{2}x^2+\sqrt{2a+b}\,x+\sqrt{ab}=0$，

$\frac{1}{2}x^2+\sqrt{2d+a}\,x+\sqrt{bc}=0$ 中，至少有两个方程有不相等的实数根.

2．(1)能否把1，2，…，1992这1992个数分成八组，使得第二组各数之和比第一组各数之和多10，第三组各数之和比第二组各数之和多10，…，最后第八组各数之和比第七组各数之和也多10？请加以说明.

(2)把上题中的“分成八组”改为“分成四组”，结论如何？请加以说明．如果能够，请给出一种分组法.