第四届“希望杯”全国数学邀请赛

初二　第2试

一、选择题:（每题1分，共10分）

1.若a＜0,则化简 $\sqrt{a^2}+\sqrt{(1-a)^2}$ 得 [　]

A. 1　B. -1　C. 2a-1　D. 1-2a

2.若一个数的平方是5-2 $\sqrt{6}$,则这个数的立方是 [　]

A. $9\sqrt{3}+11\sqrt{2}$ 或 $11\sqrt{2}-9\sqrt{3}$　B. $9\sqrt{3}-11\sqrt{2}$ 或 $11\sqrt{2}+9\sqrt{3}$

C. $9\sqrt{3}-11\sqrt{2}$ 或 $11\sqrt{2}-9\sqrt{3}$　D. $9\sqrt{3}+11\sqrt{2}$ 或 $-11\sqrt{2}-9\sqrt{3}$

3.四边形ABCD中,AB=1,BC= $\sqrt{2}$,CD= $\sqrt{3}$,DA=2, $S_{\triangle ABD}=1$ ， $S_{\triangle BCD}=\frac{\sqrt{6}}{2}$,则∠ABC+∠CDA等于 [　]

A. 150°　B. 180°　C. 200°　D. 210°

4. 一个三角形的三边长分别为2，4，a，如果a的数值恰是方程 $4|x-2|^2-4|x-2|+1=0$ 的根，那么三角形的周长为 [　]

A. $7\frac{1}{2}$　B. $8\frac{1}{2}$　C. 9　D. 10

5. 如果实数x，y满足等式 $2x+x^2+x^2y^2+2=-2xy$ ，那么x+y的值是 [　]

A. 1　B. 0　C. 1　D. 2

6.设 $x=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$, $y=\frac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$,n为正整数,若 $2x^2+197xy+2y^2=1993$,则n= [　]

A. 7　B. 8　C. 9　D. 10

7. 在△ABC中，∠A=36°，AB=AC、BD平分∠ABC. 若△ABD的周长比△BCD的周长多1厘米，则BD的长是 [　]

A. 0.5厘米　B. 1厘米　C. 1.5厘米　D. 2厘米

8. 方程 $x^2-2x-5|x-1|+7=0$ 的所有根的和是 [　]

A. 2　B. 0　C. -2　D. 4

9.将△ABC的三边AB，BC，CA分别延长至B’，C’，A’，且使BB’=AB，CC’=2BC，AA’=3AC.若 $S_{\triangle ABC}=1$ ，那么 $S_{\triangle A'B'C'}$ 是 [　]

A. 15　B. 16　C. 17　D. 18

10. 如果方程|3x|-ax-1=0的根是负数，那么a的取值范围是 [　]

A. a＞3　B.a≥3　C. a＜3　D. a≤3

二、填空题（每题1分，共10分）

1. 若两个数的平方和为637，最大公约数与最小公倍数的和为49，则这两个数是_____.

2. 设 x_1 ， x_2 是方程 $x^2+px+1993=0$ 的两个负整数根,则 $\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}$ =_____.

3.方程 $\left|\sqrt{x-1}-1\right|+\left|\sqrt{x-1}+1\right|=\frac{1}{x-1}$ 的解是_____.

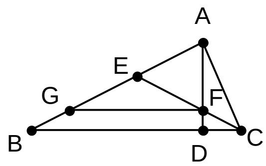
4．四边形ABCD的对角线AC和BD相交于O点，如果$S_{\triangle ABD}=5$，$S_{\triangle ABC}=6$，$S_{\triangle BCD}=10$，那么$S_{\triangle OBC}$=_____．

5．设二次方程$ax^2+bx+c=0$的两根为x_1，x_2，记$S_1=x_1+1993x_2$,$S_2=x_1^2+1993x_2^2$,…,$S_n=x_1^n+1993x_2^n$，则$aS_{1993}+bS_{1992}+cS_{1991}$=_____．

6．设[x]表示不大于x的最大整数，（例如[3]=3，[3.14=3]）,那么

$[\sqrt{1900}]+[\sqrt{1901}]+[\sqrt{1902}]+\cdots+[\sqrt{1992}]+[\sqrt{1993}]$=_____．

7．已知以x为未知数的二次方程$abx^2-(a^2+b^2)x+ab=0$，其中a，b是不超过10的质数，且a＞b，那么两根之和超过3的方程是_____．



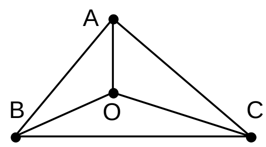
8．如图:在△ABC中，∠BAC=90°，AD⊥BC于D，∠BCA的平分线交AD于F，交AB于E，FG∥BC交AB于G．AE=4，AB=14，则BG=_____．

9．已知k为整数，且关于x的方程$(k^2-1)x^2-3(3k-1)x+18=0$有两个不相等的正整数根，则k=_____．

10．某校奖励学生，初一获奖学生中，有一人获奖品3件，其余每人获奖品7件；初二获奖学生中，有一人获奖品4件，其余每人获奖品9件．如果两个年级获奖人数不等，但奖品数目相等，且每个年级奖品数大于50而不超过100，那么两个年级获奖学生共有_____人．

三、解答题:(写出推理、运算的过程及最后结果．每题5分，共10分)

1．如图:三所学校分别记作A，B，C．体育场记作O，它是△ABC的三条角平分线的交点．O，A，B，C每两地之间有直线道路相连．一支长跑队伍从体育场O点出发，跑遍各校再回到O点．指出哪条路线跑的距离最短（已知AC＞BC＞AB），并说明理由．



2.如果$a=\frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+\frac{1}{8}}-\frac{1}{8}\sqrt{2}$,求$a^2+\sqrt{a^4+a+1}$的值．