

第五届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第2试

一、选择题：（每题4分，共40分）

1. 如果 $a < 0$ ，那么 $\sqrt{-a^3} = [\quad]$

A. a B. $-a\sqrt{a}$ C. $a\sqrt{-a}$ D. $-a\sqrt{-a}$

2. 已知 $y = ax^7 + bx^5 + cx^3 + dx + e$ ，其中 a, b, c, d, e 为常数，当 $x=2$ 时， $y=23$ ；当 $x=-2$ 时， $y=-35$ ，那么 e 的值是 $[\quad]$

A. 6 B. -6 C. 12 D. -12

3. 如果 $-1 < a < 0$ ，那么 $a, a^3, \sqrt{a^3}, \frac{1}{a}$ 中，一定是 $[\quad]$

A. a 最小， a^3 最大 B. $\sqrt{a^3}$ 最小， a 最大 C. $\frac{1}{a}$ 最小， a 最大 D. $\frac{1}{a}$ 最小， a^3 最大

4. 方程 $x^2 - 7|x| + 12 = 0$ 的根的情况是 $[\quad]$

A. 有且仅有两个不同的实根 B. 最多有两个不同的实根

C. 有且仅有一个不同的实根 D. 不可能有四个实根

5. 若三角形的三边长度均为整数，其中两边长的差是7，且三角形的周长是奇数，则第三边长可能是 $[\quad]$

A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

6. 在四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ， $BC=2$ ， $CD=11$ ，自 D 作 $DH \perp AB$ 于 H ，则 DH 的长是 $[\quad]$

A. 7.5 B. 7 C. 6.5 D. 5.5

7. 已知关于 x 的二次方程 $2x^2 + ax - 2a + 1 = 0$ 的两个实数根的平方和是 $7\frac{1}{7}$ ，则 a 的值为 $[\quad]$

A. 11或3 B. 11 C. 3 D. 5

8. 在 $\triangle ABC$ 的三边 AB, BC, CA 上分别取 AD, BE, CF ，使 $AD = \frac{1}{4} AB$ ， $BE = \frac{1}{4} BC$ ， $CF = \frac{1}{4} AC$ ，则 $\triangle DEF$ 的面积是 $\triangle ABC$ 的面积的 $[\quad]$

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{7}{16}$

9. 一个凸多边形恰好有三个内角是钝角，这样的多边形的边数的最大值是 $[\quad]$

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

10. 设 n 为大于1的自然数，则下列四个式子的代数值一定不是完全平方数的是 $[\quad]$

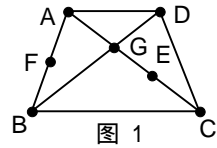
A. $3n^2 - 3n + 3$ B. $5n^2 - 5n - 5$ C. $9n^2 - 9n + 9$ D. $11n^2 - 11n - 11$

二、填空题：（每题4分，共40分）

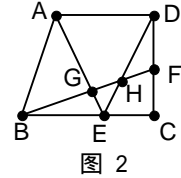
1. 已知关于x的二次方程 $x^2+px+2=0$ 的两根为 x_1 和 x_2 ,且 $x_1-x_2=2\sqrt{2}$,那么p的值为_____.

2. 如果 $(1-3x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$, 那么 $|a_1|+|a_2|+|a_3|+|a_4|+|a_5|$ 的值为_____.

3. 如图1: 在梯形ABCD中,AD//BC, AB=DC=10厘米, AC与BD相交于G, 且 $\angle AGD=60^\circ$, 设E是CG的中点, F是AB的中点, 则EF的长为_____.



4. 如图2: 以A,B,C,D,E,F,G,H这些点为端点的线段共有_____条.



5. 若a,b,c是实数,且 $a+b+c=2\sqrt{3}$, $a^2+b^2+c^2=4$,则 $(a-2b+c)^{1994}$ =_____.

6. 编写一本数学书的页数总共用6869个数字, (例如一本10页的书, 它的页数是一位数的9个, 两位数的1个, 总共用去数字 $9+2=11$ 个), 那么这本数学书的页数是_____.

7. 一个口袋内装有红、蓝、白三种不同颜色的小球,其中蓝球数至少是白球数的一半,但至多是红球数的 $\frac{1}{3}$,白球与蓝球的总和至少是55个,则红球至少有_____.

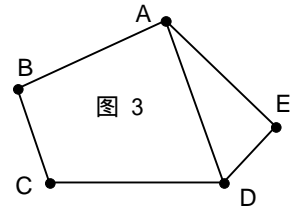
8. 正方形ABCD中:E在BC上,F在CD上,若 $\angle EAF=45^\circ$, AB=8cm, EF=7cm,则 $\triangle EFC$ 的面积是_____.

9. 若a,b,c是实数,且 $a=2b+\sqrt{2}$, $ab+\frac{\sqrt{3}}{2}c^2+\frac{1}{4}=0$,那么 $\frac{bc}{a}$ 的值是_____.

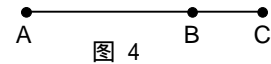
10. 若 $a \neq 0$, $14(a^2+b^2+c^2)=(a+2b+3c)^2$, 则 $a:b:c$ =_____.

三、解答题 (每题10分, 共20分)

1. 如图3: 五边形ABCDE中, $AB = AE$, $BC + DE = CD$, $\angle BAE = \angle BCD = 120^\circ$, $\angle ABC + \angle AED = 180^\circ$, 连接AD. 求证: AD平分 $\angle CDE$.



2. 如图4: 甲、乙、丙三人同时分别从A、B、C出发, 甲向C, 乙、丙向A前进, 过了 $2\frac{1}{7}$ 小时, 甲与乙于M点相遇; 又过了 $\frac{5}{14}$ 小时,



丙于N点追及乙, 已知B点恰为N, C的中点, M与N之间的距离为 $\frac{10}{7}$ 公里; 又知甲比丙提前1小时到达目的地, 问A与B, B与C之间各多少公里?