第六届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第2试

一、选择题

1.设x_0是方程$|\frac{1+x}{2}|-|-x|=0$的一个不为1的根，则 [ ]

A. $x_0>2x_0>x_0^2$ B. $x_0^2>x_0>2x_0$ C. $x_0^2>2x_0>x_0$ D. $2x_0>x_0^2>x_0$

2. 设a是一个满足下列条件的最大的正整数，使得用a除64的余数是4；用a除155的余数是5；用a除187的余数是7．则a属于集合 [ ]

A.{3,4,6} B.{7,8,9} C.{10,15,20} D.{25,30,35}

3. 某位同学在代数变形中，得到下列四个式子：

(1) $\sqrt[3]{-(1-x)^3}=1-x$

(2) 当x=±2时，分式$\frac{|x|-2}{x^2-x-6}$的值均为0

(3) 分解因式：$x^{n+1}-3x^n+2x^{n-1}=x^n\cdot x-3x^n+x^n\times\frac{2}{x}=x^n(x-3+\frac{2}{x})$

(4) $9997^2=(9997^2-3^2)+9=(9997+3)(9997-3)+9=99940009$.

其中正确的个数是 [ ]

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

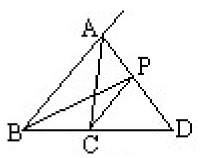
4. A，B，C，D，E，F六个足球队进行单循环赛，当比赛进行到某一天时，统计出A，B，C，D，E五队已分别比赛了5，4，3，2，1场球，由此可知，还没有与B队比赛的球队是 [ ]

A. C队 B. D队 C. E队 D. F队

5. 已知等边△ABC的周长为6，BD是AC边的中线，E为BC延长线上一点，CD=CE，那么△BDE的周长是 [ ]

A. $5+2\sqrt{3}$ B. $5+\sqrt{3}$ C. $3+2\sqrt{3}$ D. $3+\sqrt{3}$

6. 如图：在△ABC中，AD是∠A的外角平分线，P是AD上异于A的任意一点，设PB=m，PC=n，AB=c，AC=b，则m+n与b+c的大小关系是 [ ]



A. m+n>b+c B. m+n=b+c C. m+n<b+c D. m+n>b+c或m+n<b+c

7. 两个全等的直角三角形(不等腰)纸片，可以拼成n个不同形状的四边形，则n的值为 [ ]

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. 四边形的四条边长分别是a，b，c，d，其中a，c为对边，且满足$a^2+b^2+c^2+d^2=2ab+2cd$，则

这个四边形一定是［　］

A．两组角分别相等的四边形　B．平行四边形

C．对角线互相垂直的四边形　D．对角线长相等的四边形

9．若a，b，c为三个连续奇数(a＜b＜c)且它们均为质数，那么三数组(a，b，c)有［　］

A．0 组　B．1组　C．2组　D．多于2组

10.在边长为的正方形内有任意5个点(包括落在四条边上),将其中任意两点与正方形中心连结成三角形,则其中至少有一个三角形的面积S满足［　］

A. $S\le\frac{1}{2}$　B. $S\ge\frac{1}{2}$　C. $S=\frac{1}{2}$　D. $S\ge 1$

二、填空题

1．计算：1995×19941994+1996×19951995-1994×19951995-1995×19961996 = _____.

2．直角三角形的周长是2+$\sqrt{6}$,斜边的中线长为1,则它的面积为_____.

3．若 $x+2$ 是多项式 x^3+x^2+ax+b 的一个因式，且 $2a^2+3ab+b^2\neq 0$，则分式 $\dfrac{ab^2-4a^3+b^3-4a^2b}{2a^2+3ab+b^2}$ 的值为_____.

4．设[x]是不大于x的最大整数,如$[\pi]=3$,则$[\sqrt{1}]+[\sqrt{2}]+[\sqrt{3}]+[\sqrt{4}]+\cdots+[\sqrt{100}]$= _____.

5．在菱形ABCD中,E、F分别在BC和CD上，∠B=∠EAF=60°，∠BAE=20°，则∠CEF的大小是_____.

6．若△ABC的三条边a，b，c满足关系式：$a^4+b^2c^2-a^2c^2-b^4=0$，则△ABC的形状是_____.

7．若不等式3x-a≤0的所有正整数解的和是15，则a的取值范围是_____.

8．△ABC中，AB＞AC，AH⊥BC，垂足为H，M为AH上异于A的一点，比较AB-AC与MB-MC的大小，则AB-AC_____MB-MC(填“＞”，“=”或“＜”)

9．方程x^2-y^2=1995的正整数解共有_____组.

10.设x,y是不大于10的自然数,x 除以3的余数记为 f(x) ,y 除以 4 的余数记为 g(y) .当 f(x) + 2g(y) = 0 时，x + 2y的最值是_____.

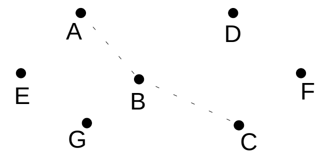
三、解答题

1．(1) 已知a_1，a_2，a_3为三个整数，且$a_1\le a_2\le a_3$，三个数中的每一数均为其它两数的乘积，求所有满足条件的三数组(a_1，a_2，a_3).

(2) 如果a_1，a_2，a_3，a_4，a_5，a_6为6个整数，且$a_1\le a_2\le a_3\le a_4\le a_5\le a_6$，六个数中任一个数均为其它五个数中某四个数的乘积，那么满足上述条件的数组(a_1，a_2，a_3，a_4，a_5，a_6)共有多

少组？请说明理由.

2．一个旅游区有7个不在一条直线上的编号为A，B，C，D，E，F，G的风景点(如图)．现要开设一些公共汽车线路，满足以下条件：



(a) 由每个风景点可不换车到达其它任一风景点.

(b) 每条汽车线路只连结3个风景点.

(c) 任何两条汽车线路之间都只有一个共同的风景点.

(1) 该旅游区应开设几条公共汽车线路？

(2) 若风景点A，B，C在一条线路上，则该公共汽车线路写成A-B-C.

试写出该旅游区完整的公共汽车线路图.