

第七届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第2试

一、选择题：

1. 化简： $\left(x - y + \frac{4xy}{x - y}\right)\left(x + y - \frac{4xy}{x + y}\right)$ 的结果是 []

A. $y^2 - x^2$ B. $x^2 - y^2$ C. $x^2 - 4y^2$ D. $4x^2 - y^2$

2. 已知： $-1 < b < a < 0$ ，那么 $a+b$ ， $a-b$ ， $a+1$ ， $a-1$ 的大小关系是 []

A. $a+b < a-b < a-1 < a+1$ B. $a+1 > a+b > a-b > a-1$

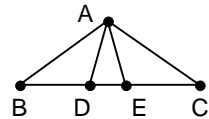
C. $a-1 < a+b < a-b < a+1$ D. $a+b > a-b > a+1 > a-1$

3. 已知 $x^2 + ax - 12$ 能分解成两个整系数的一次因式的乘积，则符合条件的整数 a 的个数是 []

A. 3个 B. 4个 C. 6个 D. 8个

4. 如图： $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle B=36^\circ$ 。D、E是BC上两点，

使 $\angle ADE = \angle AED = 2\angle BAD$ ，则图中的等腰三角形一共有 []



A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 6个

5. $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $CD \perp AB$ 交AB于D， $\angle ABC$ 的平分线BE交CD与E，则 $\angle BEC$ 的大小是 []

A. $135^\circ - \frac{1}{4}\angle A$ B. $135^\circ + \frac{1}{4}\angle A$ C. $90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ D. $180^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

6. 三角形的三边长分别为 $2n^2 + 2n$ ， $2n + 1$ ， $2n^2 + 2n + 1$ (n 是自然数)，这样的三角形是 []

A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 锐角三角形或直角三角形

7. 暑假里父亲、儿子、女儿准备外出旅行，咨询时了解到，甲旅行社规定：若大人买一张全票，则两个孩子的费用可按全票价的七折优惠；乙旅行社规定：三人旅行可按团体票计价，即按原价的80%收费，若两家旅行社的原价相同，则当实际收费时 []

A. 甲比乙低 B. 乙比甲低 C. 甲、乙相同 D. 是甲低还是乙低，视原价而定

8. 已知 x 为整数，且 $\frac{2}{x+3} + \frac{2}{3-x} + \frac{2x+18}{x^2-9}$ 为整数，则符合条件的 x 的所有值的和为 []

A. 12 B. 15 C. 18 D. 20

9. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 2\angle C$ ，则 AC 与 $2AB$ 之间的大小关系是 []

A. $AC > 2AB$ B. $AC = 2AB$ C. $AC \leq 2AB$ D. $AC < 2AB$

10. 有一架不准确的天平（左臂长为 a 厘米，右臂长为 b 厘米， $a \neq b$ ）某人用它来计量某件重物。先将重物放在左盘，砝码放在右盘，需用 m_1 千克使天平平衡；然后再将重物放在右盘，

砝码放在左盘，需用 m_2 千克使天平平衡，于是用 $Q = \frac{m_1 + m_2}{2}$ 千克估算重物的实际重量，若重

物的实际重量为 p 千克，那么 []

A. $Q > P$ B. $Q = P$ C. $Q \leq P$ D. $Q < P$

二、填空题

11. 因式分解: $a^3c-4a^2bc+4ab^2c=$ _____.
12. $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, AE 平分 $\angle BAC$, $\angle B=70^\circ$, $\angle C=34^\circ$. 则 $\angle DAE$ 的大小是_____.
13. 当 $a=\frac{3}{2}$ 时,代数式 $\left(1-\frac{7}{a+2}\right)^2 \div \left(\frac{a^2+a-6}{a^2-a-6}\right)^2 \cdot \left(1+\frac{8}{a-5}\right)^2 =$ _____.
14. 若 $\frac{x}{|x|-1}=1$,则 $\frac{|x|+1}{2x}=$ _____.
15. 若 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=4$,则 $\frac{a-2ab-b}{2a+7ab-2b}=$ _____.
16. 已知关于 x 的方程 $a(x-3)+b(3x+1)=5(x+1)$ 有无穷多个解,那么 $a=$ _____, $b=$ _____.
17. $ABCD$ 是平行四边形, E 在 AC 上, $AE=2EC$, F 在 AB 上, $BF=2AF$, 如果 $\triangle BEF$ 的面积是2平方厘米, 则 $ABCD$ 的面积是_____.
18. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=30^\circ$, $\angle B=45^\circ$, D 在 AB 上, E 在 AC 上, 若 $AE=EC=DE$, 则 $AD^2: BC^2=$ _____.
19. 某学校现有学生2300人, 与去年相比, 男生人数增加了25%, 女生人数减少了25%, 全校人数增加了15%, 则现在全校有男生_____.
20. P 是等边三角形 ABC 中的一个点, $PA=2$, $PB=2\sqrt{3}$, $PC=4$, 则三角形 ABC 的边长为_____.

三、解答题

21. 已知多项式 x^2+ax^2+bx+c 中, a, b, c 为常数, 当 $x=1$ 时, 多项式的值是1; 当 $x=2$ 时, 多项式的值是2; 若当 x 是8和-5时, 多项式的值分别为 M 与 N , 求 $M-N$ 的值.
22. 在直角 $\angle AOB$ 内有一点 P , $OP=a$, $\angle POA=30^\circ$, 过 P 点做一直线 MN 与 OA 、 OB 分别相交于 M 、 N , 使 $\triangle MON$ 的面积最小.
- (1) 此时线段 MN 的位置是 [] A. $MN \perp OP$ B. $OM=ON$ C. $OM=2ON$ D. $PM=PN$
- (2) 此时 $\triangle MON$ 的面积是_____.
- (3) 若 $\angle AOB$ 为一锐角, P 是锐角内一定点. 过 P 点的直线与 OA 、 OB 交于 M 、 N , 使 $\triangle OMN$ 的面积最小, 应怎样画出 MN 的位置(简述画法并保留画图痕迹), 并证明你的结论.