

第八届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第2试

一、选择题

1. 已知实数 a, b 满足条件: $a^2 + 4b^2 - a + 4b + \frac{5}{4} = 0$, 那么 $-ab$ 的平方根是 []
A. ± 2 B. 2 C. $\pm \frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
2. 把多项式 $x^2 - y^2 - 2x - 4y - 3$ 因式分解之后, 正确的结果是 []
A. $(x+y+3)(x-y-1)$ B. $(x+y-1)(x-y+3)$ C. $(x+y-3)(x-y+1)$ D. $(x+y+1)(x-y-3)$
3. 下列图形中, 不是轴对称图形的是 []
A. 直角三角形ABC B. 角DOE C. 等边三角形FGH D. 线段MN
4. $\triangle ABC$ 的三边长为 a, b, c , 满足条件 $\frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$, 则 b 边所对的角 B 的大小是 []
A. 锐角 B. 直角 C. 钝角 D. 锐角、直角、钝角都有可能
5. 设 $a > 0 > b > c$, $a+b+c=1$, $M = \frac{b+c}{a}$, $N = \frac{a+c}{b}$, $P = \frac{a+b}{c}$, 则 M, N, P 之间的大小关系是 []
A. $M > N > P$ B. $N > P > M$ C. $P > M > N$ D. $M > P > N$
6. 已知: $m^2 + m - 1 = 0$, 那么代数式 $m^3 + 2m^2 - 1997$ 的值是 []
A. 1997 B. -1997 C. 1996 D. -1996
7. $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 96^\circ$, 延长 BC 到 D , $\angle ABC$ 与 $\angle ACD$ 的平分线相交于 A_1 点, $\angle A_1BC$ 与 $\angle A_1CD$ 的平分线相交于 A_2 点, 依次类推, $\angle A_4BC$ 与 $\angle A_4CD$ 的平分线相交于 A_5 , 则 $\angle A_5$ 的大小是 []
A. 3° B. 5° C. 8° D. 19.2°
8. 已知四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 若 $\angle DAB$ 的角平分线 AE 交 CD 于 E , 连接 BE , 且 BE 恰好平分 $\angle ABC$, 则 AB 的长与 $AD+BC$ 的长的大小关系是 []
A. $AB > AD+BC$ B. $AB = AD+BC$ C. $AB < AD+BC$ D. 无法确定
9. 已知菱形 $ABCD$ 的两条对角线 AC, BD 的乘积等于菱形的一条边长的平方, 则菱形的一个钝角的大小是 []
A. 165° B. 150° C. 135° D. 120°
10. 有男女两个运动队, 男队有队员 m 人, 女队有队员 n 人 ($m > 10, n > 10$), 先从男队中调10人到女队帮助训练, 训练后又从女队中调10人(这10人中可以有原来男队中的队员)去男队参加总结. 这时, 男队中有 a 个女队员, 女队中有 b 个男队员, 那么 a, b 的大小关系是 []
A. $a > b$ B. $a < b$ C. $a = b$ D. 当 $m \geq n$ 时, $a \geq b$; 当 $m < n$ 时, $a < b$

二、填空题

11. 已知 a 是实数, 且使 $a^3 + 3a^2 + 3a + 2 = 0$, 那么 $(a+1)^{1996} + (a+1)^{1997} + (a+1)^{1998}$ 的值是_____.
12. $(-\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}) =$ _____.

13. $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AE \perp BC$ 于E, 在BC上取 $CD=CA$, 连接AD, 若 $AD=DB$, 则 $\angle DAE$ 的大小是_____.

14. $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $\angle B=2\angle C$, D点在BC上, AD平分 $\angle BAC$, 若 $AB=1$, 则BD的长为_____.

15. 若 $\frac{\frac{1}{x-1} - \frac{x-1}{x^2+x+1}}{\frac{9x^2}{x^3-1}}$ 的值是 $\frac{2}{3}$, 则 $x=$ _____.

16. 若 a, b, c 为实数, 且 $\frac{ab}{a+b} = \frac{1}{3}$, $\frac{bc}{b+c} = \frac{1}{4}$, $\frac{ca}{c+a} = \frac{1}{5}$, 那么 $\frac{abc}{ab+bc+ca}$ 的值为_____.

17. 若 $a = \frac{1996}{\sqrt{1997}-1}$, 则 $a^5 - 2a^4 - 1996a^3$ 的值为_____.

18. $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $AB = 8$, $BC = 5$, E点在BC上, 若 $CE = 2$, 则AE的长等于_____.

19. 直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle BAC = 78^\circ$, 过C作 $CF \parallel AB$, 连接AF与线段BC相交于G, 若 $GF = 2AC$, 则 $\angle BAG$ 的大小是_____.

20. $\triangle ABC$ 中, $AB = 4$, $AC = 7$, M是BC的中点, AD平分 $\angle BAC$, 过M作 $MF \parallel AD$, 交AC于F, 则FC的长等于_____.

三、解答题

21. 已知: a, b, c 为实数, 且多项式 x^3+ax^2+bx+c 能够被 x^2+3x-4 整除.

(1) 求 $4a+c$ 的值.

(2) 求 $2a-2b-c$ 的值.

(3) 若 a, b, c 为整数, 且 $c \geq a > 1$, 试确定 a, b, c 的大小.

22. 已知D、E、F分别是锐角 $\triangle ABC$ 的三边BC、CA、AB上的点, 且AD、BE、CF相交于点P, $AP = BP = CP = 6$, 设 $PD = x$, $PE = y$, $PF = z$, 若 $xy+yz+zx = 28$, 求 xyz 的大小.