

第九届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第2试

一、选择题：（每题6分，共60分）

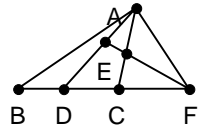
1. 若 $a+b+c=0$ ，则 $a^3+a^2c-abc+b^2c+b^3$ 的值为 []
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
2. 适合关系式 $|3x-4|+|3x+2|=6$ 的整数 x 的值的个数是 []
A. 0 B. 1 C. 2 D. 大于2的自然数
3. 已知 $x<0<z$ ， $xy>0$ ， $|y|>|z|>|x|$ ，那么 $|x+z|+|y+z|-|x-y|$ 的值 []
A. 是正数 B. 是负数 C. 是零 D. 不能确定符号
4. $\sqrt{8+\sqrt{63}}+\sqrt{8-\sqrt{63}}$ 的值为 []
A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $5\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{5}$
5. $\triangle ABC$ 的一个内角的大小是 40° ，且 $\angle A=\angle B$ ，那么 $\angle C$ 的外角是 []
A. 140° B. 80° 或 100° C. 100° 或 140° D. 80° 或 140°
6. 如图：平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC=75^\circ$ ， $AF\perp BC$ 于 F ， AF 交 BD 于 E ，若 $DE=2AB$ ，则 $\angle AED=[]$
A. 60° B. 65° C. 70° D. 75°
7. 若对于 ± 3 以外的一切实数 x ，等式 $\frac{m}{x+3}-\frac{n}{x-3}=\frac{8x}{x^2-9}$ 均成立，则 mn 的值为 []
A. 8 B. -8 C. 16 D. -16
8. 已知 N 是各位都是2的十进制整数，若 N 是1998的倍数，那么 N 的位数至少是 []
A. 15 B. 18 C. 24 D. 27
9. 方程组 $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x^3+y^3+z^3=-36 \end{cases}$ 中， x, y, z 是互不相等的整数，则此方程组的解的组数为 []
A. 6 B. 3 C. 多于6 D. 少于3
10. $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD\perp AB$ 于 D ， AF 平分 $\angle CAB$ 交 CD 于 E ，交 CB 于 F ，且 $EG\parallel AB$ 交 CB 于 G ，则 CF 与 GB 的大小关系是 []
A. $CF>GB$ B. $CF=GB$ C. $CF<GB$ D. 无法确定的

二、填空题（每题6分，共60分）

11. 把代数式 $(x+y-2xy)(x+y-2)+(xy-1)^2$ 分解成因式的乘积，应当是_____.
12. 设实数 x 满足方程 $|x^2-1|-x|x+1|=0$ ，则 x 的值为_____.
13. 设 $x=\frac{\sqrt{33}-5}{2}$ ，那么代数式 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ 的值为_____.
14. $\sqrt{\frac{1998\times 1999\times 2000\times 2001+1}{4}}=_____.$

15. Rt $\triangle ACB$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 点D、E在AB上, $AC=AD$, $BE=BC$, 则 $\angle DCE$ 的大小是_____.

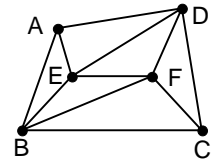
16. 如图: $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=45^\circ$, AD是 $\angle BAC$ 的平分线, EF垂直平分AD, 交BC的延长线于F, 则 $\angle CAF$ 的大小是_____.



17. Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, BD平分 $\angle ABC$ 交AC于D, 作 $CE \perp BD$ 交BD的延长线于E, 过A作 $AH \perp BC$ 交BD于M, 交BC于H, 则BM与CE的大小关系是_____.

18. 如图: 四边形ABCD中有两点E、F, 使A、B、C、D、E、F中任意三点都不在同一条直线上, 连接它们的顶点, 得若干线段, 把四边形分成若干个互不重叠的三角形,

则所有这些三角形的内角和为_____; 同样, 若四边形ABCD中有n个点, 其中任意三点都不在同一条直线上, 以A、B、C、D和这n个点为顶点作成若干个互不重叠的三角形, 则所有这些三角形的内角和为_____.



19. 直线段AB的长为l, C为AB上的一个动点, 分别以AC和BC为斜边在AB的同侧作两个等腰直角三角形 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCD'$, 那么 DD' 的长的最小值为_____.

20. 在一条街AB上, 甲由A向B步行, 乙骑车由B向A行驶, 乙的速度是甲的速度的3倍, 此时公共汽车由始发站A开出向B行进, 且每隔x分发一辆车, 过了一段时间, 甲发现每隔10分有一辆公共汽车追上他, 而乙感到每隔5分就碰到一辆公共汽车, 那么在始发站公共汽车发车的间隔时间 $x=$ _____.

三、解答题 (每小题15分, 共30分)

21. 已知n, k均为自然数, 且满足不等式 $\frac{7}{13} < \frac{n}{n+k} < \frac{6}{11}$. 若对于某一给定的自然数n, 只有唯一的自然数k使不等式成立, 求所有符合要求的自然数n中的最大数和最小数.

22. 甲、乙、丙三人分糖块, 分法如下: 先在三张纸片上各写三个正整数p、q、r, 使 $p < q < r$, 分糖时, 每人抽一张纸片, 然后把纸片上的数减去p, 就是他这一轮分得的糖块数, 经过若干轮这种分法后, 甲总共得到20块糖, 乙得到10块糖, 丙得到9块糖, 又知最后一次乙拿到的纸片上写的数是r, 而丙在各轮中拿到的纸片上写的数字的和是18, 问: p、q、r分别是哪三个正整数? 为什么?