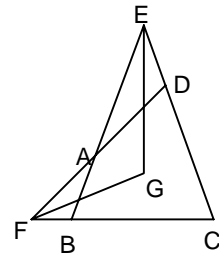


## 第十三届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第2试

一、选择题:(每小题5分,共50分)

1. 若 $a \neq b$ ,  $a$ 、 $b$ 、 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ 都是有理数,那么 $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{b}$  [ ]  
(A)都是有理数 (B)一个是有理数,另一个是无理数  
(C)都是无理数 (D)是有理数还是无理数不能确定
2. 已知 $a > b > c$ ,  $M = a^2b + b^2c + c^2a$ ,  $N = ab^2 + bc^2 + ca^2$ , 则 $M$ 与 $N$ 的大小关系是 [ ]  
(A) $M < N$  (B) $M > N$  (C) $M = N$  (D)不确定的
3. 上午九点钟的时候,时针与分针成直角,那么下一次时针与分针成直角的时间是 [ ]  
(A)9时30分 (B)10时5分 (C)10时 $5\frac{5}{11}$ 分 (D)9时 $32\frac{8}{11}$ 分
4. 有理数 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 满足下列条件: $a+b+c=0$ 且 $abc < 0$ , 那么 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 的值是 [ ]  
(A)是正数 (B)是零 (C)是负数 (D)不能确定是正数、负数或0
5. 已知 $a = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}}$ ,  $b = \frac{\sqrt[3]{2} + m}{\sqrt{3} + m}$ ,  $c = \frac{\sqrt[3]{3} + m}{\sqrt{2} + m}$ , 其中 $m > 0$ , 那么 $a, b, c$ 的大小关系是 [ ]  
(A) $a > b > c$  (B) $c > a > b$  (C) $a > c > b$  (D) $b > c > a$
6. 已知 $\triangle ABC$ 中,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $BC = a$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$ ,  $AP$ 是 $BC$ 边上的中线, 则 $AP$ 的长是 [ ]  
(A) $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + ab}$  (B) $\frac{1}{2}\sqrt{b^2 + c^2 + bc}$  (C) $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + c^2 + ac}$  (D) $\frac{1}{2}\sqrt{b^2 + c^2 - bc}$
7. In the parallelogram  $ABCD$ ,  $AD = 2AB$ , a point  $M$  is mid-point of segment  $AD$ ,  $CE \perp AB$ , if  $\angle CEM = 40^\circ$ , then the value of  $\angle DME$  is [ ]  
(A) $150^\circ$  (B) $140^\circ$  (C) $135^\circ$  (D) $130^\circ$
8. 如图: 四边形 $ABCD$ 中,  $E$ 、 $F$ 分别是两组对边延长线的交点,  $EG$ 、 $FG$ 分别平分 $\angle BEC$ 、 $\angle DFC$ , 若 $\angle ADC = 60^\circ$ ,  $\angle ABC = 80^\circ$  则 $\angle EGF =$  [ ]  
(A) $140^\circ$  (B) $130^\circ$  (C) $120^\circ$  (D) $110^\circ$
9. 设 $a_i = 1989 + i$ , 当 $i$ 取 $1, 2, 3, \dots, 100$ 时, 得到100个分式 $\frac{i}{a_i}$ , 其中最简分式的个数是 [ ]  
(A)50 (B)58 (C)63 (D)65
10. 一个长方体的棱长都是正整数, 体积是2002, 若对应棱长相等的长方体算作同一种长方



体,那么这样的长方体 [ ]

- (A)有6种 (B)有12种 (C)有14种 (D)多于16种

二、填空题:(每小题6分,共60分)

11.某储蓄所每年工资支出10万元,其他固定支出每年17万元.对于吸收的存款每年应付2.25%的利息,吸收来的存款全部存到上级银行,可得年利率4.05%的内部核算收入,那么该储蓄所为使内部核算没有亏损,每年至少应吸收存款\_\_\_\_\_万元.

12.化简  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3-\sqrt{6}-\sqrt{10}+\sqrt{15}}$ , 最后得\_\_\_\_\_.

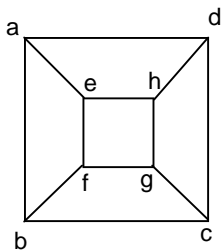
13.设x,y都是有理数,且满足方程  $\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{3}\right)x+\left(\frac{1}{3}+\frac{\pi}{2}\right)y-4-\pi=0$ , 那么x-y的值是\_\_\_\_\_.

14.  $15^{16}$ 与 $33^{13}$ 的大小关系是 $15^{16}$  \_\_\_\_\_  $33^{13}$ . (填“>”, “<”或“=”)

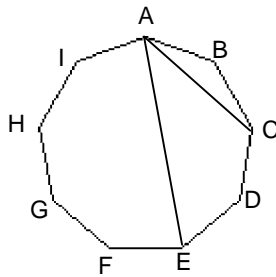
15. If N is natural number, and  $N < (\sqrt{3} + \sqrt{2})^6 < N + 1$ , then the value of N is\_\_\_\_\_.

( natural number自然数)

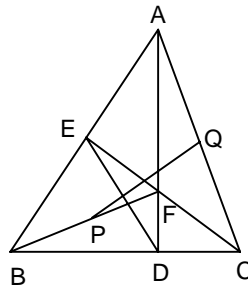
16. 如果  $\frac{1+a}{1-a} = \frac{1-b}{1+b}$ , 那么  $(2+a)(2+b)+b^2 =$ \_\_\_\_\_.



17题图



20题图



21题图

17. 如图所示的八个点处各写一个数字,已知每个点处所写的数字等于和这个点有线段相连

的三个点处的数字的平均数,则代数式:  $\frac{a+b+c+d-\frac{1}{2}(e+f+g+h)}{a+b+c+d-\frac{1}{3}(e+f+g+h)} =$ \_\_\_\_\_.

18. 2001年某种进口轿车每辆标价40万元人民币,买此种车时还需另外交纳汽车标价的80%的关税,我国加入WTO后,进口车的关税将逐渐下降.预计到2006年7月1日,关税降到25%,又因为科技的发展使成本降低,到2006年7月1日,该种车的标价降到2001年的65%,那么2006年7月1日后买一辆该种轿车将比2001年少付人民币\_\_\_\_\_万元.

19. 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle A=40^\circ$ ,  $H$ 是 $\triangle ABC$ 的垂心, 且 $H$ 不与 $B$ 、 $C$ 重合, 则 $\angle BHC$ 的大小等于\_\_\_\_\_.

20. 如图, 正九边形 $ABCDEFGHI$ 中,  $AE=1$ , 那么 $AB+AC$ 的长是\_\_\_\_\_.

三、解答题: (21题16分, 22、23题各12分)

21. 如图, 在锐角 $\triangle ABC$ 中,  $AD$ 、 $CE$ 分别是 $BC$ 、 $AB$ 边上的高,  $AD$ 、 $CE$ 相交于 $F$ ,  $BF$ 的中点为 $P$ ,  $AC$ 的中点为 $Q$ , 连接 $PQ$ 、 $DE$ .

(1) 求证: 直线 $PQ$ 是线段 $DE$ 的垂直平分线;

(2) 如果 $\triangle ABC$ 是钝角三角形,  $\angle BAC > 90^\circ$ , 那么上述结论是否成立? 请按钝角三角形改写原题, 画出相应的图形, 并给予必要的说明.

22. 已知在等式 $\frac{ax+b}{cx+d}=s$ 中,  $a, b, c, d$ 都是有理数,  $x$ 是无理数, 解答:

(1) 当 $a, b, c, d$ 满足什么条件时,  $s$ 是有理数;

(2) 当 $a, b, c, d$ 满足什么条件时,  $s$ 是无理数.

23. 在线段 $AB$ 上, 先在 $A$ 点标注 $0$ , 在 $B$ 点标注 $2002$ , 这称为第一次操作; 然后在 $AB$ 的中点 $C$ 处标注 $\frac{0+2002}{2}=1001$ , 称为第二次操作; 又分别在得到的线段 $AC$ 、 $BC$ 的中点 $D$ 、 $E$ 处标注对应线段两端所标注的数字和的一半, 即 $\frac{0+1001}{2}$ 与 $\frac{1001+2002}{2}$ , 称为第三次操作; 照此下去, 那么经过 $11$ 次操作之后, 在线段 $AB$ 上所有标注的数字的和是多少?