

第十四届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第2试

一、选择题:(50分)

1. $y-2x+1$ 是 $4xy-4x^2-y^2-k$ 的一个因式,则k的值是 []

(A)0 (B)-1 (C)1 (D)4

2. 不等式 $0 \leq ax+5 \leq 4$ 的整数解是1、2、3、4,则a的取值范围是 []

(A) $a \leq -\frac{5}{4}$ (B) $a < -1$ (C) $-\frac{5}{4} \leq a < -1$ (D) $a \geq -\frac{5}{4}$

3. 整数x、y满足不等式 $x^2+y^2+1 \leq 2x+2y$,则x+y的值有 []

(A)1个 (B)2个 (C)3个 (D)4个

4. 如图1,在矩形ABCD中,AE,AF三等分 $\angle BAD$,若BE=2,CF=1,则最接近矩形面积的是 []

(A)13 (B)14 (C)15 (D)16

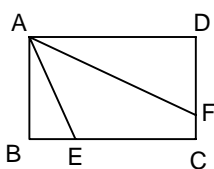


图1

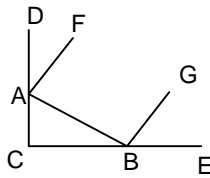


图2

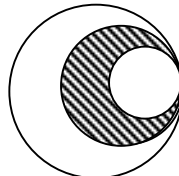


图3

5. 如图2, $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle DAF = \frac{1}{3} \angle DAB$, $\angle EBG = \frac{1}{3} \angle EBA$, 则射线AF与BG []

(A)平行 (B)延长后相交 (C)反向延长后相交 (D)可能平行也可能相交

6. If the radius(半径) of circle III in the figure3(图3) is $\frac{3}{4}$ of the radius of circle II, and the radius of circle II is $\frac{4}{5}$ of the radius of circle I, then the area of the shaded region is what part of the area of circle I? []

(A) $\frac{7}{25}$ (B) $\frac{9}{20}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{16}{25}$

7. 凸n边形($n \geq 4$)中, 不算两个最大的内角, 其余内角的和为 110° , 则n等于 []

(A)12 (B)11 (C)10或9 (D)10

8. 将长为12的线段截成长为整数的三段, 使它们成为一个三角形的三边, 则构成的三角形不可能是 []

(A)等腰三角形 (B)等腰三角形 (C)等边三角形 (D)钝角三角形

9. 数轴上的点A、B、P分别对应数:-1、-4、x, 并且P与A的距离大于P与B的距离, 则 []

(A) $x > -3$ (B) $x > -2$ (C) $x < -2$ (D) $x < -\frac{5}{2}$

10. 如图4, 啤酒瓶高为 h 瓶内酒面高为 a , 若将瓶盖盖好后倒置, 酒面高为 a' ($a'+b=h$), 则酒瓶的容积与瓶内酒的体积的比为 []

- (A) $1+\frac{b}{a'}$ (B) $1+\frac{a'}{b}$ (C) $1+\frac{b}{a}$ (D) $1+\frac{a}{b}$

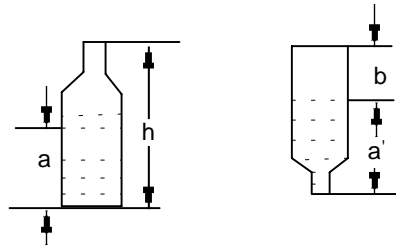


图4

二、填空题: (50分)

11. 方程 $|x+3| + |3-x| = \frac{9}{2}|x| + 5$ 的解是_____.

12. 有人问毕达哥拉斯, 他的学校中有多少学生, 他回答说: “现在, 有一半学生学数学, 四分之一的学生学音乐, 七分之一的学生在休息, 还剩三个女同学……” 那么毕达哥拉斯的学校中有_____学生.

13. 方程 $x + \frac{1}{x-2} = 4\frac{1}{2}$ 的一个根是4, 则另一个根是_____.

14. 已知: 对于正整数 n , 有 $\frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$, 若某个正整数 k 满足

$$\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}} = \frac{2}{3}, \text{ 则 } k = \underline{\hspace{2cm}}.$$

15. 已知 $\frac{x}{3} = y = \frac{z}{2} \neq 0$, 那么 $\frac{xy + yz + zx}{x^2 - 3y^2 + 4z^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

16. 小明到商场购买某个牌子的铅笔 x 支, 用了 y 元 (y 为整数). 后来他又去商场时, 发现这种牌子的铅笔降阶20%, 于是他比上一次多买了10支铅笔, 用了4元钱, 那么小明两次共买了铅笔_____支.

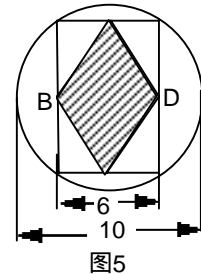


图5

17. If a, b and c are sides (边) of the $\triangle ABC$, and $a^2 - bc = a(b - c)$, then the figure (形状) of the triangle (三角形) is _____. (用汉语填写)

18. 如图5, 是一个圆形花坛, 中间的鲜花构成一个菱形图案 (单位: 米), 若每平方米种植鲜花20株, 那么这个菱形图案中共有鲜花_____株.

19. $\triangle ABC$ 中, $AC=BC=5$, $\angle ACB=80^\circ$, O 为 $\triangle ABC$ 中一点, $\angle OAB=10^\circ$, $\angle OBA=30^\circ$, 则线段 $AO=$ _____.

20. 若 x, y, z 均为正整数, 且 $7x+2y-5z$ 是11的倍数, 则 $3x+4y+12z$ 除以11得到的余数是_____.

三、解答题: (要求写出推算过程, 21题20分, 22、23题各15分)

21. 有一批影碟机(VCD)原售价: 800元/台. 甲商场用如下办法促销:

购买台数	1至5台	6至10台	11至15台	16至20台	20台以上
每台价格	760元	720元	680元	640元	600元

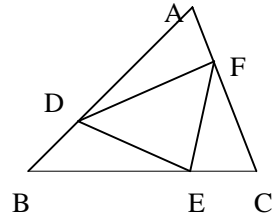
乙商场用如下办法促销: 每次购买1至8台, 每台打九折; 每次购买9至16台, 每台打八五折; 每次购买17至24台, 每台打八折; 每次购买24台以上, 每台打七五折.

(1) 请仿照甲商场的促销列表, 列出到乙商场购买VCD的购买台数与每台价格的对照表.

(2) 现在有A、B、C三个单位,A单位要买10台VCD,B单位要买16台VCD,C单位要买20台VCD,问他们到哪家商场购买花费较少?

22. 如图,在锐角 $\triangle ABC$ 中,D、E、F分别是AB、BC、CA边上的三等分点,P、Q、R分别是 $\triangle ADF$ 、 $\triangle BDE$ 、 $\triangle CEF$ 的三条中线的交点.

- (1) 求 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比;
- (2) 求 $\triangle PDF$ 与 $\triangle ADF$ 的面积比;
- (3) 求多边形PDQERF与 $\triangle ABC$ 的面积比.



23. 两条直线上各有n个点,用这n对点按如下规则连结线段:

- ① 同直线上的点不连结;
 - ② 连结的任意两条线段可以有共同的端点,但不得有其它的端点;
- (1) 画图说明当n=1、2、3时,连结的线段最多各有多少条?
 - (2) 由(1)猜想n(n为正整数)对点之间连结的线段最多有多少条,证明你的结论.
 - (3) 当n=2003时,所连结的线段最多有多少条?