

第三届“希望杯”全国数学邀请赛

高一 第1试

一、选择题

1、一一映射 $f: A \rightarrow B$ 的逆映射是

A、 $f: B \rightarrow A$ B、 $f^{-1}: B \rightarrow A$ C、 $f^{-1}f: A \rightarrow B$ D、 $f^{-1}: A \rightarrow B$

2、定义在 \mathbb{R} 上的奇函数 $f(x)$ ，当 $x \geq 0$ 时它的函数表达式为 $y = \log_2(x^3 + x^2 + x + 1)$ ，那么，当 $x < 0$ 时，它的函数表达式为

A、 $-\log_2(-x^3 + x^2 - x + 1)$ B、 $\log_2(-x^3 + x^2 - x + 1)$ C、 $-\log_2(x^3 + x^2 + x + 1)$ D、 $\log_2(x^3 + x^2 + x + 1)$

3、两条异面直线成角的取值集合为 M_1 ，斜线与平面成角取值集合为 M_2 ，二面角的平面角的取值集合为 M_3 ，则有

A、 $M_1 = M_2 \subset M_3$ B、 $M_1 \subset M_2 \subset M_3$ C、 $M_2 \subset M_1 \subset M_3$ D、 $M_1 = M_3 \subset M_2$

4、空间有四个不同的平面，则这四个平面能形成的交线条数是

A、1, 2, 3, 4, 5, 6 B、0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 C、0, 1, 3, 4, 5, 6 D、0, 1, 2, 3, 5, 6

5、 α 是第二象限的角，则 $\frac{\alpha}{3}$ 的终边

A、不在第4象限 B、不在第3象限 C、不在第2象限 D、不在第1象限

6、已知 $\tan \alpha > 0$ ，且 $\sin \alpha + \cos \alpha > 0$ ，那么角 α 的终边在

A、第1象限 B、第2象限 C、第3象限 D、第4象限

7、 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ， $x = (\sin \alpha)^{\lg \cos \alpha}$ ， $y = (\cos \alpha)^{\lg \sin \alpha}$ ，则有

A、 $x > y$ B、 $x < y$ C、 x, y 的大小关系不定，与 α 值有关 D、 $x = y$

8、幂函数 $f(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{Z}$) 具有如下性质： $f^2(1) + f^2(-1) = 2[f(1) + f(-1) - 1]$ ，则函数 $f(x)$

A、是奇函数 B、是偶函数 C、既是奇函数，又是偶函数 D、既不是奇函数，又不是偶函数

9、正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，体对角线 DB_1 所在的直线与侧面对角线 A_1C_1 所在的直线所成的角是

A、 30° B、 45° C、 60° D、 90°

10、 a, b 是异面直线，直线 c 与 a 所成的角等于 c 与 b 所成的角，这样的直线 c

A、有一条 B、不超过3条 C、有无数多条 D、恰有1992条

二、填空题

- 1、若 $a > 0$, $b > 0$, 且 $a \neq 1, b \neq 1$, 已知 $a^x b^x = x^{\lg a} \cdot x^{\lg b}$ 的实根个数大于 3 , 则 $(ab)^{1992} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 2、函数 $y = f(2x)$ 的定义域是 $(-1, 1)$. 设函数 $y = f(\log_x 2)$ 的定义域为 A , 则 $A \cap Z = \underline{\hspace{2cm}}$. (其中 Z 表示整数集合)
- 3、A、B 两点在平面 α 的同侧 , 在 α 上的射影分别为 A_1, B_1 . 已知 $|AA_1| = 4$, $|BB_1| = 1$, $|A_1B_1| = 3$, 若点 $P \in \alpha$, 则 $|PA| - |PB|$ 的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 4、菱形 ABCD 中 , $\angle A = 60^\circ$. AB、BC、CD、DA 的中点分别是 E、F、G、H . 以 BD 为折痕把 $\triangle ABD$ 折起 , 使 EFGH 成一个正方形 , 这时二面角 A-BD-C 的平面角的余弦值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 5、若 $\alpha \in (-3\pi, -2\pi)$, $\cos^2 \alpha + \csc^2 \alpha = 1$, 则 α 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 6、 $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, $x = \sec \alpha - \tan \alpha$, $y = \sec \alpha + \tan \alpha$, 若已知 $x = 2$, 则 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 7、函数 $y = \sqrt{x+1}$ ($y \geq 0$) 的反函数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 8、角 α 的终边在第 2 象限或第 3 象限 , 若 $\tan \alpha = \alpha$, 则 $\sin \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 9、正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1 , AB_1 与 BC_1 的距离等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 10、 $\cos 0^\circ + \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cdots + \cos 359^\circ + \cos 360^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.