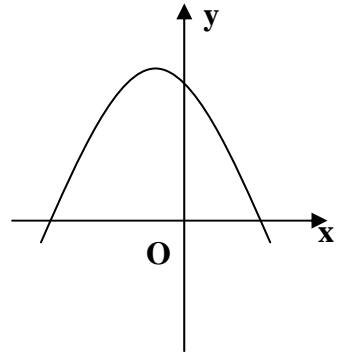


第九届“希望杯”全国数学邀请赛（高一）第一试

一、选择题

1、如图是函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的图象，那么-- ()

- (A) $a < 0, b < 0, c > 0$ (B) $a > 0, b > 0, c < 0$
 (C) $a < 0, b > 0, c > 0$ (D) $a > 0, b > 0, c > 0$



2、某种菌类生长很快，长度每天增长 1 倍，在 20 天中长成 4 米，那么长成 $\frac{1}{4}$ 米要----- ()

- (A) $1\frac{1}{4}$ 天 (B) 5 天 (C) 16 天 (D) 12 天

3、函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ ，若 $f(x_1) - f(x_2) = 1$ ，则 $f(x_1^2) - f(x_2^2)$ 的值等于----- ()

- (A) 2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) $\log_a 2$

4、平面外一直线和这个平面所成的角为 θ ，则 θ 的范围是----- ()

- (A) $0^\circ < \theta < 180^\circ$ (B) $0^\circ < \theta < 90^\circ$ (C) $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$ (D) $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

5、P、Q、R、S 分别表示长方体集合、直平行六面体集合、直四棱柱集合、正四棱柱集合，它们之间的关系为----- ()

- (A) $R \supset Q \supset P \supset S$ (B) $R \supset Q \supset S \supset P$ (C) $S \subset P = Q \subset R$ (D) $S \subset R, P \subset Q, R \subseteq Q, Q \subseteq R$

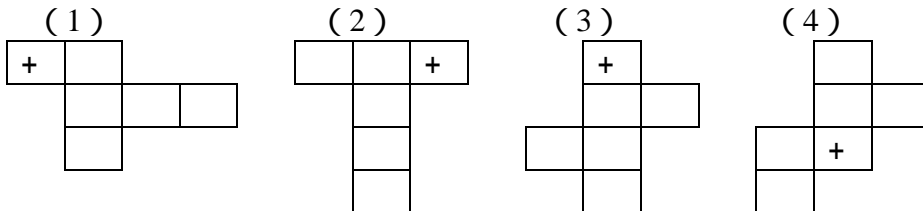
6、 $a = \log_{\frac{1}{2}} \lg 70^\circ$ ， $b = \log_{\frac{1}{2}} \sin 25^\circ$ ， $c = (\frac{1}{2})^{\cos 25^\circ}$ ，则----- ()

- (A) $a < b < c$ (B) $b < c < a$ (C) $a < c < b$ (D) $c < b < a$

7、 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，方程 $f(x) = 0$ 的解集为 M ，且 M 中有有限个元素，则----- ()

- (A) M 可能是 \emptyset
 (B) M 中元素的个数是偶数
 (C) M 中元素的个数是奇数
 (D) M 中元素的个数可以是偶数，也可以是奇数。

8、



以上都是正方体的表面展开图，还原成正方体后，其中有两个完全一样的是-- ()

- (A) (1) 与 (2) (B) (1) 与 (3) (C) (2) 与 (4) (D) (3) 与 (4)

9、已知 θ 是第二象限的角，且 $\sin \frac{\theta}{2} < \cos \frac{\theta}{2}$ ，则 $2^{|\log_2 |\cos \frac{\theta}{2}||}$ 等于----- ()

- (A) $-\cos(\frac{\theta}{2} - \pi)$ (B) $\cos \frac{\theta}{2}$ (C) $\sec(-\frac{\theta}{2})$ (D) $\sec(\pi - \frac{\theta}{2})$

10、若函数 $y = x^2 - 2|x|$ 的图象 C 与直线 $y = k(x - 2)$ 相交于点 $(-1, -1)$ ，则 C 与该直线交点的个数是----- ()

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

二、填空题 (A 组)

11、若 $\log_x 3 = 2$ ，则 x 的值是_____。

12、若不共面的四条直线两两相交，则它们共有_____个交点。

13、直线 l 与平面 α 所成角为 50° ，交点为 P， a 是 α 内不过 P 点的任意一条直线，那么 l 与 a 所成角的取值范围是_____。

14、函数 $y = \lg(1 - x^2)$ 的单调递增区间为_____。

15、方程 $\log_{4x} \sqrt{4x^2 - 5x + 2} = \frac{1}{2}$ 的解为_____。

16、函数 $f(x)$ 与 $g(x) = 3^{-x}$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称，则函数 $f(x^2 - 2x)$ 的定义域为_____。

17、一个长方体的长、宽、高的比为 $4 : 3 : 2$ ，它的对角线与一个正方体的体对角线等长，则这个长方体与正方体表面积之比为_____。

18、平面 $\alpha \perp$ 平面 β ，直线 $a \subset \alpha$ ， a 与 β 成 45° 角，直线 $b \subset \beta$ ， b 与 α 成 45° 角，则直线 a 与 b 所成的角的大小为_____。

19、若 $3x^2 + 2y^2 = 2x$ ，则 $x^2 + y^2$ 的最大值为_____。

20、二面角 $\alpha - l - \beta$ 的大小为 60° ， $A \in \alpha, B \in \beta, C \in l$ ，且 $AC = 4, AB \perp \beta$ ， B 点到 α 的距离为 1，则直线 AC 与平面 β 所成的角的大小等于_____。

三、填空题 (B 组)

21、若 $\{\sqrt{a}, 1\} \subset \{1, 2, a\} \subset \{1, 2, 4, a^2\}$ ，则 a 的值是_____。

22、关于 x 的方程 $\log_a x = \log_x a (a > 0, a \neq 1)$ 的解为_____。

23、如果 $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{1}{5}$ ，那么 α 所在的象限是_____。

24、函数 $f(x) = 2a \sin(2x + \beta)$ 的值域为 $[-2, 1]$ ，在区间 $[-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}]$ 上是单调递减函数，则常数 a 与 β 的值分别为_____。

25、函数 $f(x) = x^2 + 3ax - 2a + 1$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最小值为 0，则 a 的值为_____。